

COMAN GELU

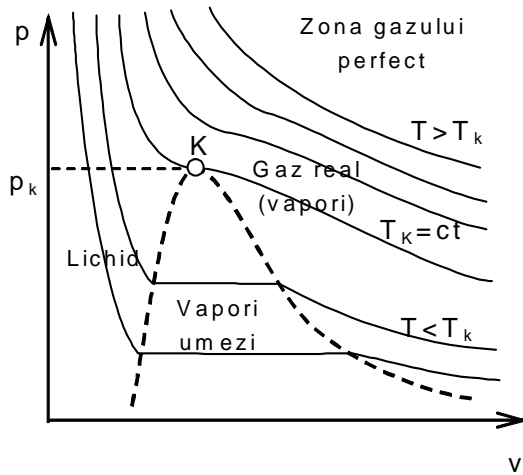
CURS TERMOTEHNICA II

CURS 1

TERMODINAMICA VAPORILOR

1.1. Generalități

În diagrama **p-v** compresia (destinderea) izotermică este reprezentată de o hiperbolă: $p \cdot v = ct$. Dacă se repetă comprimarea izotermică la temperaturi mai mici, în diagrama p-v (Fig. 7.1.) apar deformări ale hiperbolei, cu atât mai accentuate cu cât temperatura scade mai mult. Într-un punct K (punctul critic) cele două inflexiuni ale curbei coincid, temperatura în acest punct fiind denumită **temperatura critică T_k** . În starea critică parametrii termici se numesc **critici**. Aplicarea legilor gazului perfect pentru zona cuprinsă între izoterma critică (T_k) și cea mai joasă izotermă, la care nu se sesizează vreo deformare, duce la erori foarte mari. Această zonă se numește **zona gazului real** (sau zona vaporilor). Pentru această zonă s-au propus mai multe ecuații de stare de către diverși cercetători, care au introdus corecții în ecuația de stare a gazului perfect ($pv =$



această zonă s-au propus mai multe ecuații de stare de către diverși cercetători, care au introdus corecții în ecuația de stare a gazului perfect ($pv =$

Fig. 7.1. Curbele limită în diagrama p-v.

rT):

- ecuația Van der Waals (1873 – Olanda):

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = r \cdot T$$

- ecuația Kamerling-Onnes (1901 – Danemarca):

$$p \cdot v = A + \frac{B}{v} + \frac{C}{v^2}$$

- ecuația Berthelot (1903- Franța):

$$p = \frac{r \cdot T}{v - b} - \frac{a}{T \cdot v^2}$$

- ecuația Vukalovici-Novikov(Rusia):

$$\left(p + \frac{a_0 \cdot N^2}{v^2} \right) (v - b_0 \cdot N) = r \cdot T \cdot \left[1 - \frac{A_1(T)}{v - b_0 \cdot N} - \frac{A_2(T)}{(v - b_0 \cdot N)^2} - \dots \right]$$

în care N este numărul de particule, iar $A_1(T)$, $A_2(T)$, etc., au forme complexe, neutilizabile pentru un calcul curent. Aceste ecuații ilustrează creșterea complexității ecuației de stare în zona gazului real.

În practică curentă nu se folosesc aceste ecuații în mod direct, ci indirect, pe baza lor (în special ecuația lui Vukalovici-Novikov) s-au întocmit tabele și diagrame pentru vaporii de largă utilizare în tehnică (apă, agenți frigorifici, etc.). Pentru $T < T_k$ izoterma prezintă un palier orizontal care se mărește odată cu scăderea temperaturii. Limitele acestui palier dau curbele de saturație pentru lichid și vaporii (curbele punctate).

La stânga izotermei critice și a curbei de lichid saturat ($p < p_k$) se află zona de lichid nesaturat. Se va înțelege prin **vapori** ai unei substanțe starea de gaz a acestei substanțe din imediata apropiere a zonei de lichefiere. Ca denumire particulară prin **abur** se înțelege vaporii de apă. Aburul este fluidul cu cea mai răspândită utilizare termoenergetică.

În continuare se studiază termodinamica aburului, dar studiul este valabil și pentru vaporii altor substanțe. Se consideră că într-un recipient se află o

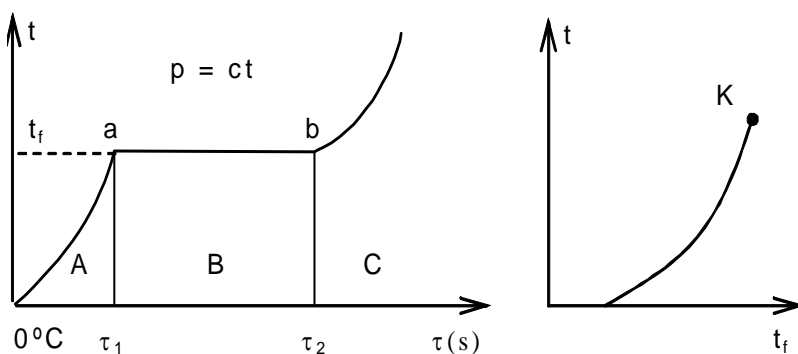


Fig. 7.2 Variația temperaturii apei în timp.

cantitate de apă m la temperatura de 0°C . Prin încălzire temperatura apei va

crește până la temperatura de fierbere (zona A), rămâne constantă pe durata fierberii (zona B) și apoi crește din nou după ce s-a vaporizat (zona C). Se consideră (Fig.7.2.): A - **lichid nesaturat**; a - **lichid la saturație**, notația standard fiind ('): $m = m'$; B - amestec de vapori saturați uscați și lichid saturat - **vapori umezi**; b - **vapori saturați uscați** (sunt la temperatura de fierbere, dar nu sunt în contact cu lichidul saturat), notația standard fiind ("): $m = m''$; C - **vapori supraîncălziți**.

Prin **titlu de vapori** se înțelege concentrația de vapori saturați uscați din amestec (**vapori umezi**):

$$x = \frac{m''}{m} = \frac{m''}{m' + m''} \left[\frac{\text{kg vapori saturați uscați}}{1 \text{ kg de vapori umezi}} \right]$$

pentru lichid saturat: $m = m'$; $m'' = 0$; $x = 0$;

pentru vapori saturați uscați: $m = m''$; $m' = 0$; $x = 1$.

deci $x \in [0,1]$.

Pentru apă parametrii critici sunt : $p_k = 221,11$ bari, $t_k = 374,1$ °C, $V_k = 3,14$ dm³. Se admite că se fierbe apă la presiunea $p = ct$. Pornind de la $t_0 = 0$ °C

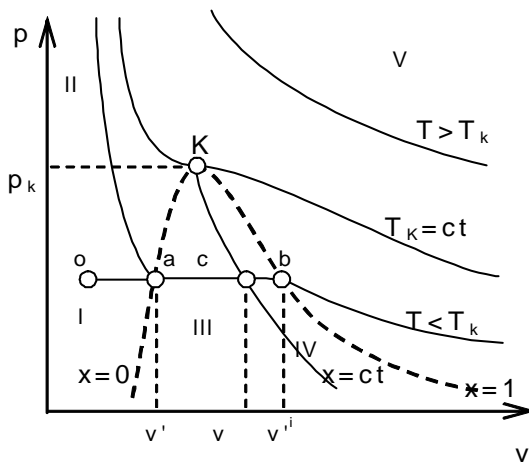


Fig. 7.3. Zone în diagrama p-v.

(punct O). În punctul **a** ($v = v'$) începe fierberea (sau vaporizarea), iar în punctul **b** s-a terminat acest proces ($v = v''$). Repetând procedeul la presiuni diferite, locul geometric al tuturor punctelor care limitează începutul și sfârșitul fierberii este o curbă numită **curbă de saturație** sau **curbă limită**, având două ramuri : curba limită a lichidului saturat ($x = 0$) ;

curba limită a vaporilor saturați uscați ($x = 1$).

Odată cu creșterea presiunii se ajunge în punctual critic K, unde $v_K = v' = v''$ (volumul specific critic). Se delimitează zonele (Fig.7.3.):

I – lichid nesaturat ($p < p_k$), trecerea în stare de vapori se face prin zona de vapori umezi ;

- II – lichid nesaturat ($p > p_k$), trecerea în stare de vapori se face direct prin izoterma T_k , fără a trece prin starea de vapori umezi ;
 III – vapori umezi (cuprinsă între curbele $x = 0$ și $x = 1$) ;
 IV – vapori supraîncălziți care pot fi lichefiați izotermic ($t < t_k$) ;
 V - vapori supraîncălziți care nu pot fi lichefiați izotermic ($t > t_k$).

Dacă V este volumul ocupat de cantitatea m de fluid, volumul specific este

$v = \frac{V}{m}$. Pentru o stare din zona III volumul total al amestecului este:

$V = V' + V''$, unde :

V' - volumul ocupat de lichidul saturat;

V'' - volumul ocupat de vaporii saturați uscați.

Masa totală de vapori umezi este : $m = m' + m''$, unde :

$m'' = x \cdot m$;

$m' = m - m'' = m - x \cdot m = m(1 - x)$.

$V = V' + V''$ sau $m \cdot v = m' \cdot v' + m'' \cdot v'' = m(1 - x) \cdot v' + x \cdot m \cdot v''$

Pentru 1 kg de vapori umezi rezultă:

$$v = x \cdot v'' + (1 - x) \cdot v' = v' + x(v'' - v')$$

$$x = \frac{v - v'}{v'' - v'} = \frac{ac}{ab}$$

Toate curbele de titlu constant ($x = ct$) pot fi trasate cu ajutorul acestui raport în domeniul vaporilor umezi și toate trec prin punctul critic K.

1.2. Mărimile calorice și termice de stare ale vaporilor

Aceste mărimi sunt: presiunea p și temperatura t , ca **mărimi termice** de stare, iar ca **mărimi calorice**: u , i , s , v . În acest studiu se urmărește transformarea energiei, care nu poate avea loc decât în intervalul de timp în care are loc transformarea termodinamică a sistemului; în ecuația primului principiu al termodinamicii apare variația nivelului energetic (diferența dintre două mărimi), deci nu interesează valoarea absolută a acestui nivel, ci variația lui.

În consecință, se poate alege o origine arbitrară pentru mărimile de stare calorice (i , s , u) față de care se pot determina valorile acestora pentru diverse stări ale fluidului.

Toate instalațiile energetice cu vapori sunt alcătuite prin conectarea în serie a unor agregate specializate care funcționează ca ST deschise, ecuația primului principiu fiind:

$$\delta Q - \delta L_t = dI = m \cdot di$$

deci mărimile care interesează în mod deosebit sunt entropia și entalpia. Pentru aceste mărimi s-a ales drept origine starea de lichid saturat în punctul triplu al apei ($t_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$; $p = 610 \text{ N/m}^2$), unde apa se prezintă sub toate cele trei stări: solid - lichid - vapori, într-un amestec la echilibru (Fig. 7.4.).

În punctul triplu s-a considerat: $i' = 0$, $s' = 0$, $u' = 0$.

În timpul fierberii, starea lichidului variind de la lichid saturat până la starea de vapori saturați uscați, pentru un kilogram de fluid, se absoarbe căldura de vaporizare: $r = i'' - i' = (u'' - u') + p(v'' - v') = \varphi + \psi$, unde:

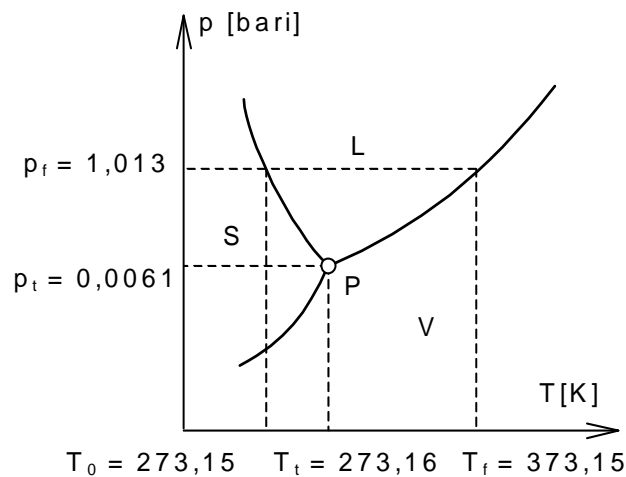


Fig. 7.4. Punctul triplu P al apei: S - solid; L - lichid; V - vapori.

φ - căldura latentă de vaporizare, iar termenul de " latentă" are semnificația că această cantitate de căldură nu este observabilă din exterior prin variația mărimilor termice p și t ;

ψ - căldura externă de vaporizare.

Pe baza calculelor s-au întocmit tabele și diagrame. Analog modului cum s-a determinat volumul specific se obține:

$$i = (1 - x) \cdot i' + x \cdot i'' = i' + x \cdot (i'' - i') = i' + x \cdot r \text{ [kJ/kg]}$$

$$s = (1 - x) \cdot s' + x \cdot s'' = s' + x \cdot (s'' - s') \text{ [kJ/kg} \cdot \text{K]}$$

$$u = (1 - x) \cdot u' + x \cdot u'' = u' + x \cdot (u'' - u') \text{ [kJ/kg]}$$

Pentru m kilogram de fluid: $I = m \cdot i$; $S = m \cdot s$; $U = m \cdot u$.

1.3. Tabele și diagrame de vapori

Pentru determinarea mărimilor calorice de stare ale vaporilor de apă s-a folosit ecuația termică de stare Vukalovici-Novikov, precum și ecuațiile de definire ale mărimilor de stare. Atât tabelele cât și diagramele întocmite acoperă întreg domeniul de stări care poate fi util pentru proiectare. Utilizarea calculului duce la rezultate mai precise, dar utilizarea diagramelor prezintă mai multă rapiditate în obținerea rezultatului urmărit. Aceste tabele și diagrame sunt date în cartea: "Proprietățile termodinamice ale apei și ale aburului - tabele și diagrame" după M.P. Vukalovici. Sunt trei tabele și anume:

Tabelul I. Apă și abur în stare de saturație în funcție de temperatură.

t	T	p	v'	v''	ρ''	i'	i''	r	s'	s''
°C	K	bar	m ³ /kg	m ³ /kg	kg/m ³	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/(kg·K)	kJ/(kg·K)

Tabelul II : Apă și abur în stare de saturație în funcție de presiune. Este la fel ca Tabelul I, dar pe prima coloană este presiunea [bari].

Tabelul III. Apă și abur supraîncălzit.

p	p ₁			p ₂		
	t _f = ; i'' = v'' = ; s'' =			t _f = ; i'' = v'' = ; s'' =		
t	v	i	s	v	i	s
	m ³ /kg	kJ/kg	kJ/(kg·K)	m ³ /kg	kJ/kg	kJ/(kg·K)

În acest tabel III zona de demarcație dintre apă și abur supraîncălzit este arătată printr-o linie orizontală îngroșată, deasupra căreia se află parametrii pentru apă nesaturată, iar sub această linie se află parametrii aburului supraîncălzit. În fig. 7.5. sunt prezentate diagramele: T-s, i-s, lgp-i.

Observații:

- Tabelele I și II cuprind parametrii la saturație pentru curbele $x = 0$ și $x = 1$;

- Tabelul III cuprinde parametrii apei și aburului supraîncălzit, deci în afara curbelor de saturație;
- Pentru zona III(vapori umezi), deci în interiorul curbelor de saturație, parametrii de stare se calculează prin intermediul titlului de vapori x;
- Pentru studiul economicității instalațiilor termice cu vapori se folosește diagrama **T-s**, deoarece ariile de sub curbele reprezentative ale transformărilor termodinamice sunt proporționale cu schimbul de energie;
- Pentru studiul transformărilor adiabactice din mașinile de forță se folosește diagrama **i-s**;
- Pentru studiul instalațiilor frigorifice se folosește diagrama **lg p-i**;

1.4. Transformările simple ale vaporilor

Vaporii sunt produși într-un generator de vapori (cazan) la parametrii

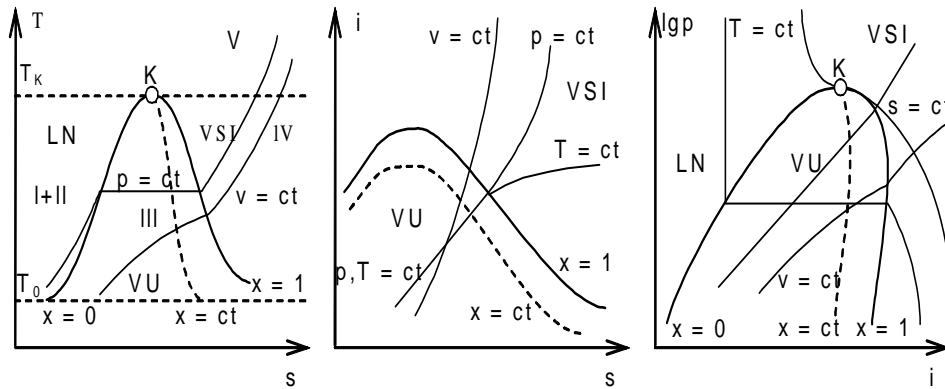


Fig. 7.5 Diagrame de vapori.

necesari(p, i, t) și sunt trimiși apoi în agregatele care formează instalația termică. Ecuația principiului I pentru aceste sisteme deschise este:

$$\delta\dot{Q} - \delta P = d\dot{I} = \dot{m} di$$

P - puterea mecanică totală (P_a sau P_c).

Transformarea izobară ($p = ct.$)

S-a reprezentat în Fig.7.6. o transformare izobară **1-2** a vaporilor umezi

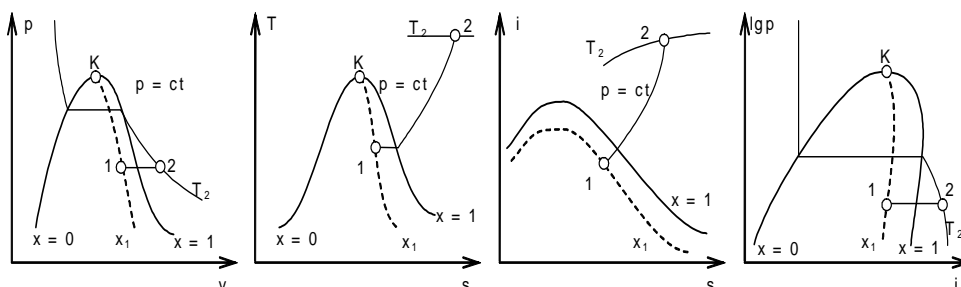


Fig. 7.6. Transformarea izobară ($p = ct.$).

(x_1)

în vapori supraîncălziti (la t_2). Starea **1** este determinată de (p, x_1), iar starea **2** de (p, t_2). Se scrie :

$$dp = 0 ; \dot{L}_t = P = - \int \dot{V} dp = 0$$

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m} (i_2 - i_1)$$

iar entalpiile i_1 și i_2 se pot lua din diagramele **i - s** sau **lgp - i**.

Dacă se folosesc tabelele I sau II (pentru i' și r), i_1 se calculează ($i_1 = i' + x_1 \cdot r$), iar i_2 se poate lua din tabelul III la p și t_2 .

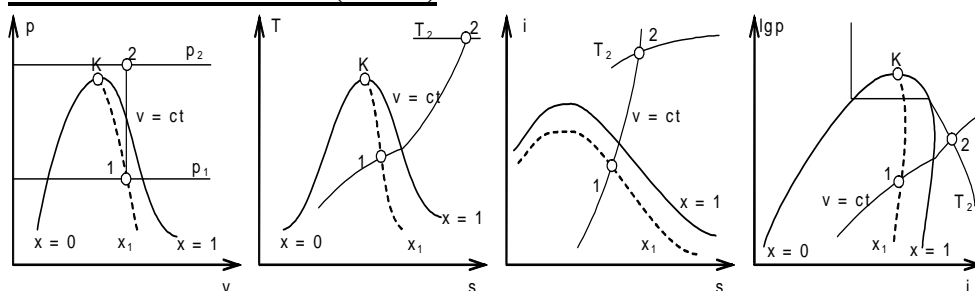
Transformarea izocoră ($v = ct.$)

Fig. 7.7 Transformarea izocoră ($v = ct.$).

Această transformare se realizează în recipiente închise, în procesele de tratare cu abur din industria chimică și alimentară. Ecuația pricipiului I se scrie astfel (pentru $m=1\text{kg}$):

$$\delta q + v dp = di ; q_{12} = i_2 - i_1 - v(p_2 - p_1)$$

Pentru transformarea ilustrată(Fig.7.7.):

$i_1 = i_1' + x_1 \cdot r$; $v_1 = v_1' + x_1 \cdot (v_1'' - v_1')$; $v = v_1 = v_2 = v_2' + x_2 \cdot (v_2'' - v_2')$
 și rezultă (dacă punctul 2 s-ar afla în zona III):

$$x_2 = \frac{v - v_2'}{v_2'' - v_2'}$$

Transformarea izotermică (T = ct)

În zona vaporilor umezi izoterma se suprapune peste izobară. Ecuația primului principiu este:

$$\delta q + v dp = di ; T ds - L_t = dI$$

$$l_{t12} = - \int v dp = T(s_2 - s_1) - (i_2 - i_1)$$

Transformarea adiabatică reversibilă ($\delta \dot{Q} = 0$, $ds = 0$)

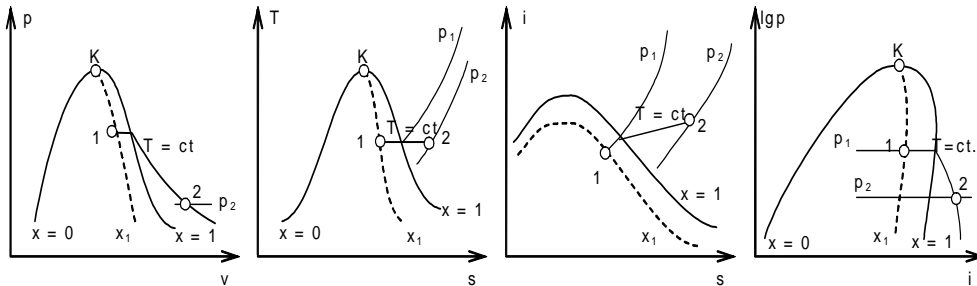


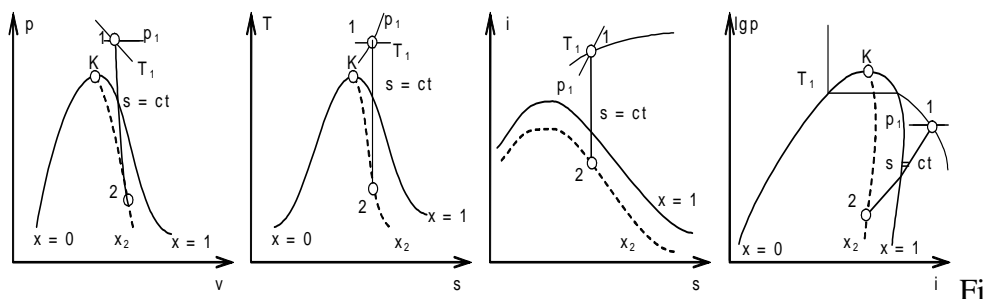
Fig. 7.8 Transformarea izotermică (T = ct.).

Această transformare (Fig.7.9) se întâlnește la toate ciclurile instalațiilor de forta cu vapori.Ecuația primului principiu este :

$$\delta \dot{Q} - \delta P = d\dot{I} ; \delta \dot{Q} = 0 ; \delta P = \dot{m} (i_2 - i_1)$$

Puterea **P** poate fi putere mecanică de rotație **P_r** la arbore sau putere dinamică (cinetică) **P_{cin}**:

$$\delta \dot{Q} - \delta(P_r + P_{cin}) = d\dot{I} ; P_{cin} = \dot{m} \left(\frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} \right)$$

7.9 Transformarea adiabatică reversibilă ($ds = 0$)

de unde:

$$P_r = \dot{m} (i_2 - i_1) - \dot{m} \left(\frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} \right)$$

Pentru transformarea adiabatică ilustrată în Fig.7.9. starea 1 este definită de parametrii : p_1, t_1 (se scot din Tab.III).

Se scrie:

$$s_1 = s_2 = s_2' + x_2 \cdot (s_2'' - s_2')$$

de unde:

$$x_2 = \frac{s_1 - s_2'}{s_2'' - s_2'} \Rightarrow i_2 = i_2' + x_2 \cdot r_2$$

Parametrii stării 2 (s_2', s_2'', i_2', r_2) se scot din Tab. II în funcție de presiunea p_2 .

În cazul ajutorului ($P_r = 0$): $i_2 - i_1 = l_{12} = \frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} \Leftrightarrow i_1 + \frac{c_1^2}{2} = i_2 + \frac{c_2^2}{2}$

Micșorarea nivelului energiei potențiale a vaporilor va duce la creșterea energiei cinetice a vaporilor. Viteza teoretică la ieșirea din ajutoraj este:

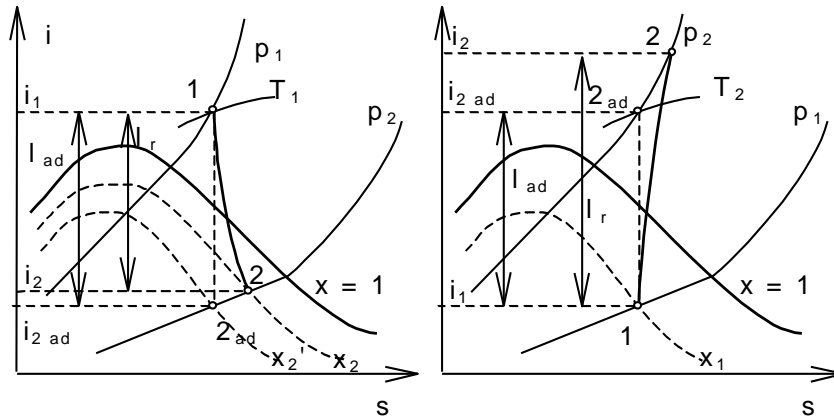


Fig. 7.10 Adiabata ireversibilă a vaporilor ($ds \neq 0$).

$$c_2 = \sqrt{c_1^2 + 2(i_1 - i_2)}$$

sau, neglijindu-se viteza de la intrarea în ajutoraj c_1 , se scrie: $c_2 = \sqrt{2(i_1 - i_2)}$

Adiabata ireversibilă a vaporilor ($ds \neq 0$)

Pe parcursul destinderii adiabatică în canalele fixe (ajutaje, statoarele turbinelor) și în canalele mobile (rotoare) apar pierderi prin frecare; aceste pierderi de energie mecanică sunt transformate în căldură, deci entropia fluidului crește, adiabata fiind o pseudopolitropă (adiabată ireversibilă).

$$l_{12} = i_1 - i_2 = l_r$$

Se consideră o destindere de la starea 1(p_1, t_1, i_1, s_1 iau din Tab. III) până la presiunea p_2 (Fig. 7.10).

Transformările vor fi:

1-2_{ad} - destindere adiabatică reversibilă; **1-2** - destindere adiabatică ireversibilă.

Pierderea de energie mecanică este:

$$\Delta l = l_{ad} - l_r = i_2 - i_{2ad} > 0$$

Randamentul adiabatic al destinderii:

$$\eta_{ad} = \frac{l_r}{l_{ad}} = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_{2ad}}$$

Pentru o destindere în ajutoraj ($P_r = 0$):

$$P_{\text{cin}} = \dot{m} (i_1 - i_2) = \dot{m} \left(\frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} \right)$$

și neglijând viteza c_1 , rezultă:

$$c_2 = \sqrt{2 (i_1 - i_2)} ; c_{2 \text{ ad}} = \sqrt{2 (i_1 - i_{2 \text{ ad}})}$$

Se definește un coeficient de viteză φ :

$$\varphi = \frac{c_2}{c_{2 \text{ ad}}} < 1 ; \varphi^2 = \eta$$

Pentru compresia adiabatică ireversibilă se folosesc aceleași relații cu indice

schimbat, dar : $\eta_{\text{ad}} = \frac{i_1 - i_{2 \text{ ad}}}{i_1 - i_2}$

Laminarea

Laminarea este un fenomen ireversibil care-și găsește o largă utilizare la

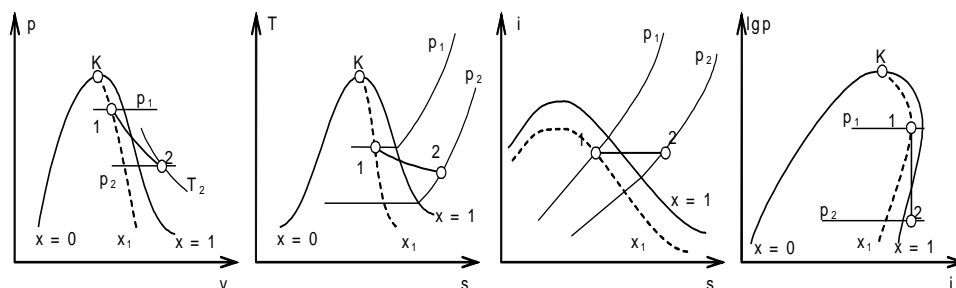


Fig. 7.11 Laminarea ($di = 0$).

instalațiile frigorifice (în ventilele de laminare) sau în reglarea puterii turbinelor cu vapori. Se observă că prin laminarea vaporilor umezi se pot obține vapori supraîncălziti, dar cu presiune și temperatura inferioare valorilor inițiale. Dacă fluidul se găsește cu ambele stări (1 și 2) în zona de vapori umezi atunci titlul x_2 va fi:

$$i_1 = i_2 \Leftrightarrow i_1' + x_1 \cdot r_1 = i_2' + x_2 \cdot r_2 \Rightarrow x_2 = \frac{i_1 - i_2' + x_1 \cdot r_1}{r_2}$$

Variația ireversibilă a entropiei va fi:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = s_2' + x_2 \cdot (s_2'' - s_2') - [s_1' + x_1 \cdot (s_1'' - s_1')]$$

Dacă starea 2 este situată în zona vaporilor supraîncălziti, atunci se caută în Tab III (la presiunea p_2), în coloana entalpiilor, o stare pentru care $i_2 = i_1$,

citindu-se apoi temperatura t_2 și entropia s_2 . O rezolvare mai directă a problemelor se poate face utilizând diagramele $i - s$ și $l_{gp} - i$, dar cu o precizie mai scăzută.

1.5. APLICATII

Problema 1. Într-un rezervor de volum $V = 10 \text{ m}^3$ se găsește abur umed cu presiunea $p = 100$ bari. Din tot volumul apa saturată ocupa 3 m^3 . Să se determine entalpia aburului.

Entalpia aburului umed se determină cu relația:

$$i = i'' \cdot x + i'(1 - x) = i' + x \cdot r$$

unde se cunoaște entalpia i' a lichidului saturat și căldura r de vaporizare.

Din Tab. 2 se scot: $i' = 1407,7 \text{ kJ/kg}$; $r = 1317,0 \text{ kJ/kg}$.;

$$v' = 0,0014521 \text{ m}^3/\text{kg}; v'' = 0,01803 \text{ m}^3/\text{kg};$$

Titlul de vapori x se va determina cu ajutorul relației de definiție:

$$x = \frac{m''}{m} = \frac{m''}{m' + m''}$$

unde cantitățile de abur saturat uscat (m'') și de apă saturată (m') pot fi calculate cu relația: $m = \frac{V}{v}$.

$$m'' = \frac{V''}{v''} = \frac{(V - V')}{v''} = \frac{(10 - 3)}{0,01803} = 388,24 \text{ kg}$$

$$m' = \frac{V'}{v'} = \frac{3}{0,0014521} = 2065,97 \text{ kg}$$

$$x = \frac{388,24}{2454,2} = 0,158$$

$$i = i' + x \cdot r = 1407,7 + 0,158 \cdot 1317 = 1615,8 \text{ kJ/kg}.$$

Problema 2. Printr-o conductă cu diametrul de 80mm se transportă abur cu presiunea de 7 bari și umiditatea de 10% . Debitul de abur este de $2 \frac{t}{h}$. Să se determine viteza aburului în conductă.

Ecuția debitului \dot{m} printr-o conductă este:

$$\dot{m} = A \cdot w \cdot \rho = A \cdot \frac{w}{v} = \pi \cdot d^2 \cdot \frac{w}{4 \cdot v} .$$

Se determină viteza de curgere: $w = \dot{m} \cdot \frac{v}{A}$, unde: $v = v' + x(v'' - v')$, aburul fiind umed, cu titlul de vapori $x = 1 - u = 0,9$.

Din Tab.2. rezultă: $v' = 0,0011081 \frac{m^3}{kg}$; $v'' = 0,2728 \frac{m^3}{kg}$;

$$v = 0,0011081 + 0,9(0,2728 - 0,0011081) = 0,2456 \frac{m^3}{kg} ;$$

$$\dot{m} = \frac{2 \cdot 10^3}{3600} = \frac{2}{3,6} = 0,556 \frac{kg}{s} ;$$

$$A = \pi \cdot \frac{d^2}{4} = \pi \frac{0,08^2}{4} = 0,005 m^2$$

$$w = \frac{0,556 \cdot 0,2456}{0,005} = 27,3 \frac{m}{s} .$$

Problema 3. Cantitatea de 200 kg de apă, cu presiunea de 1,1 bari și temperatura de $20^\circ C$, trebuie încălzită până la $100^\circ C$, prin injectare de abur umed cu temperatura de $120^\circ C$ și titlul de vapori 0,9. Să se determine cantitatea necesară de abur.

Ecuția de bilanț termic este (indice 1 pentru apă și indice 2 pentru abur):

$$m_1(i - i_1) = m_2(i_2 - i) \text{ sau } m_1 \cdot i_1 + m_2 \cdot i_2 = (m_1 + m_2) \cdot i$$

Rezultă :

$$m_2 = m_1 \cdot \frac{i - i_1}{i_2 - i}$$

Din Tab.3, la $p = 1,1 \text{ bari}$ și $t = 20^\circ \text{C}$, rezultă: $i_1 = 83,9 \text{ kJ/kg}$, iar pentru $t = 100^\circ \text{C}$: $i = 419 \text{ kJ/kg}$.

Din Tab.1, la $t = 120^\circ \text{C}$, se scot:

$$i' = 503,7 \text{ kJ/kg}; \quad r = 2202 \text{ kJ/kg}$$

Entalpia aburului umed este:

$$i = i' + x \cdot r = 503,7 + 0,9 \cdot 2202 = 2485,5 \text{ kJ/kg}$$

$$m_2 = 200 \cdot \frac{419 - 83,9}{2485,5 - 419} = 32,4 \text{ kg}$$

Problema 4. Să se calculeze căldura necesară vaporizării complete a 5 kg de apă la presiunea de 1 bar, temperatura inițială a apei fiind de 20°C .

Căldura absorbită izobar este: $Q_{12} = m(i_2 - i_1)$

unde i_1 este entalpia apei la 1 bar și 20°C (din Tab.3: $i_1 = 83,9 \text{ kJ/kg}$), iar i_2 este entalpia aburului saturat uscat la $p=1 \text{ bar}$ (din Tab.2: $i'' = 2675 \text{ kJ/kg}$).

Rezultă: $Q_{12} = 5 \cdot (2675 - 83,9) = 12956 \text{ kJ}$

CURS 2**CICLURILE IDEALE ALE INSTALATIILOR
TERMICE CU VAPORI****1.1. Generalități**

Vaporii (în special aburul) constituie un fluid foarte utilizat ca agent energetic. Aburul este folosit în instalații:

- tehnologice (ca agent de încălzire).
- de forță (ca agent energetic).

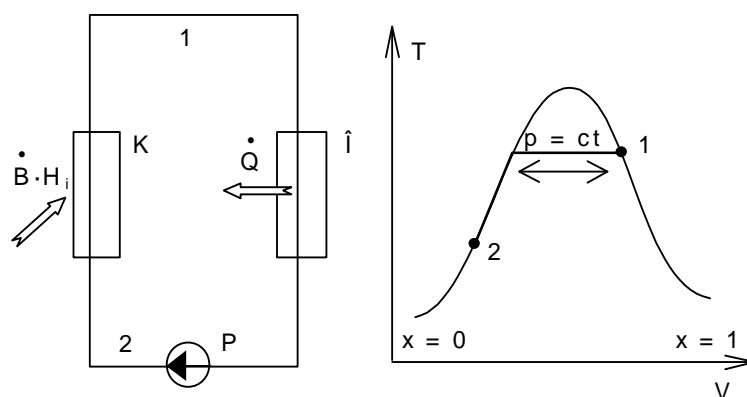


Fig. 8.1. Instalație tehnologică cu abur saturat.

Instalațiile tehnologice cele mai simple (Fig. 8.1.) sunt formate dintr-un cazan **K**, în care se produce aburul, consumatorul de căldură **I** și pompa de circulație **P**. Cazanul produce de obicei abur saturat.

Pompa de circulație nu trebuie să ridice presiunea fluidului decât cât este necesar pentru compensarea pierderilor de presiune prin rezistențele hidraulice ale întregii instalații.

Nu este vorba de o transformare închisă, ci numai de o transformare izobară care se efectuează în ambele sensuri ; deci, în această instalație se face un

transport la distanță a căldurii până la consumator prin intermediul aburului, ca agent purtător căldură.

1.2. Instalații de forță cu vapori care funcționează după ciclul Rankine

Observație: Datorită proprietăților vaporilor în zona de vapori umezi, unde

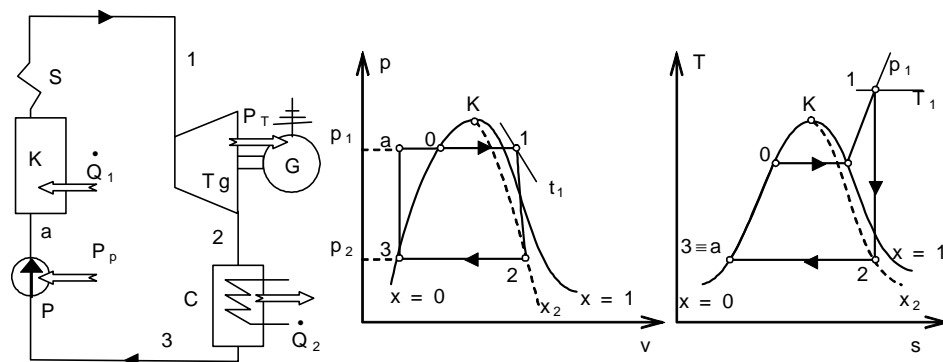


Fig.8.2. Instalații de forță cu vapori care funcționează după ciclul Rankine: K – cazan, S – supraîncălzitor, T – turbină, G - generator electric, C - condensator răcit cu apă, P - pompă de presiune.

izobara este și izotermă, ciclul Carnot poate fi realizat destul de apropiat de cel teoretic, spre deosebire de cazul instalațiilor cu gaze.

Dar instalația cu abur care ar funcționa după ciclul Carnot nu este utilizată în practică, datorită unor dezavantaje față de alte instalații utilizate :

- cădere mică de entalpie la destinderea adiabetică a vaporilor umezi ; deci pentru puteri mari instalațiile au un gabarit mare ;
- compresia adiabetică a vaporilor umezi se face cu consum mare de energie și compresorul are dimensiuni mari ;
- randamente mici de utilizare a căldurii combustibilului.

Funcționare

Aburul saturat produs în cazanul **K** este supraîncălzit în supraîncălzitorul **S**, destins adiabatic (teoretic) în turbina **T** până la presiunea p_2 . Aburul uzat este trimis în la condensatorul **C**, unde este condensat total (până la starea de lichid saturat $x = 0$), apoi pompa **P** ridică presiunea lichidului saturat până la presiunea p_1 de regim a cazanului ; la ieșirea din pompă starea lichidului fiind **a** (lichid nesaturat).

Lichidul fiind aproape incompresibil, volumul său nu variază sensibil, deci comprimarea **3-a** reprezintă o dreaptă în diagrama **p-v**.

Lichidul din cazan se va încălzi **a-0** până la temperatura de fierbere, **0-1** reprezentând fierberea și supraîncălzirea. În diagrama **T-s** izobarele p_1 și p_2 sunt foarte apropiate, deci stările **3** și **a** aproape se suprapun.

Puterea cedată exteriorului (generatorului electric G) este:

$$P_{\text{ext}} = P_G = P_T - |P_p| = \dot{m} (i_1 - i_2) - \dot{m} (i_a - i_3)$$

dar deoarece izobarele sunt foarte apropiate de curba limită $x = 0$: $i_a \approx i_3$,

deci: $P_{\text{ext}} = \dot{m} (i_1 - i_2) = P_G$

Fluxul termic consumat în cazan și supraîncălzitor:

$$\dot{Q}_1 = \dot{m} (i_1 - i_a)$$

Fluxul termic cedat în condensatorul C

$$\dot{Q}_2 = \dot{m} (i_2 - i_3) = \dot{m} (i_2 - i_a)$$

Randamentul termic al ciclului Rankine va fi:

$$\eta_t = \frac{P}{\dot{Q}_1} = \frac{\dot{m} (i_1 - i_2)}{\dot{m} (i_1 - i_a)} = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_a} = 1 - \frac{i_2 - i_a}{i_1 - i_a}$$

La aceste instalații de forță interesează randamentul general η_g de utilizare a

căldurii combustibilului ars în focar: $\eta_g = \frac{P}{\dot{Q}_{1k}} = \frac{P}{\dot{B} \cdot H_i}$

$\dot{Q}_{1k} = \dot{B} H_i$ – fluxul termic degajat prin arderea debitului \dot{B} [kg/s] de combustibil cu puterea calorică H_i [kJ/kg].

1.3. Parametrii care influențează randamentul termic al ciclului Rankine

Se observă că: $\eta_t = f(i_1, i_2, i_a)$, dar $i_1 = f(p_1, t_1)$, $i_2 = f(p_2)$, $i_a = f(p_2)$ deci:

$$\eta_t = f(p_1, t_1, p_2)$$

Se vor compara două instalații la care: $p_1 > p_1'$, $T_1 = T_1'$, $p_2 = p_2'$, ($i_a = i_a'$).

Datorită formelor izotermei t_1 și izobarei p_2 rezultă că $i_1 - i_2 < i_1' - i_2'$, deci $\eta_t < \eta_t'$, adică randamentul termic crește odată cu creșterea presiunii din cazan.

Influența presiunii aburului supraîncălzit (p_1)

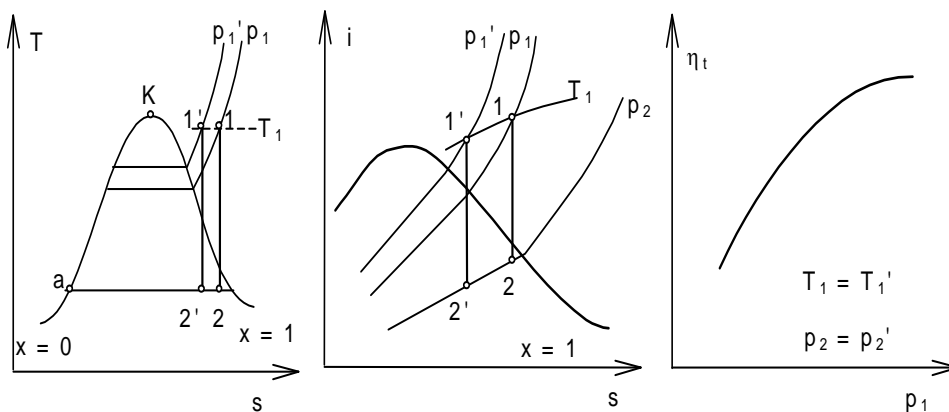


Fig. 8.3. Influența presiunii aburului supraîncălzit (p_1) asupra randamentului termic.

Influența temperaturii de supraîncălzire (t_1)

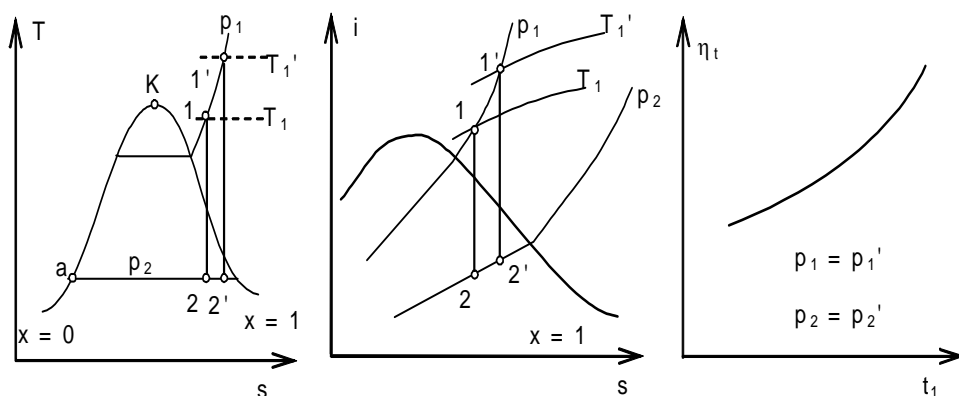


Fig. 8.4. Influența temperaturii de supraîncălzire (t_1) asupra randamentului termic.

Se vor compara două instalații la care $p_1 = p_1'$, $T_1 < T_1'$, $p_2 = p_2'$ ($i_a = i_a'$). Se observă că $i_1 < i_1'$ și $i_2 < i_2'$, dar $i_1' - i_1 > i_2' - i_2$, ceea ce duce la creșterea randamentului ($\eta_t < \eta_t'$), creștere care este mai importantă valoric decât creșterea căldurii absorbite în supraîncălzitor (pentru ridicarea temperaturii de la t_1 la t_1').

Influența presiunii de condensare (p_2)

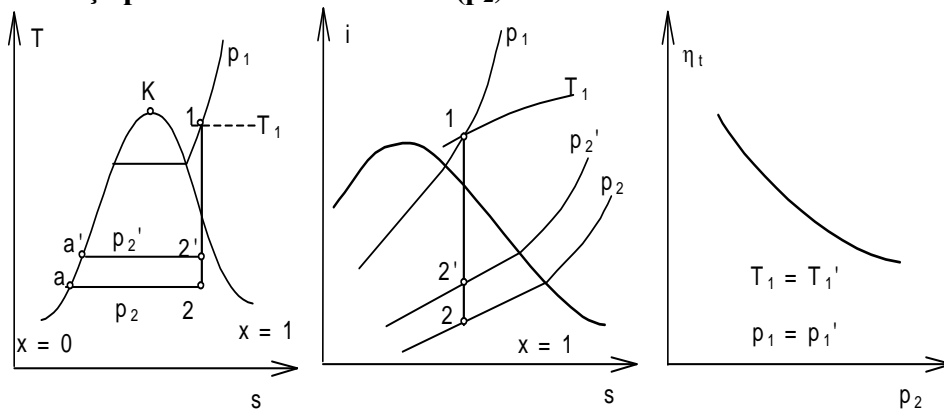


Fig. 8.5. Influența presiunii de condensare (p_2) asupra randamentului termic.

Se vor compara două instalații la care: $p_1 = p_1'$, $T_1 = T_1'$, $p_2 < p_2'$, $i_{12} > i_{12}'$, deci $\eta_t > \eta_t'$, dar se va micșora căldura absorbită în ciclu :

$$q_1' = i_1 - i_a' < i_1 - i_a = q_1$$

Micșorarea lucrului mecanic este mai importantă valoric față de micșorarea căldurii absorbite, deci randamentul termic scade odată cu creșterea presiunii p_2 . Scăderea presiunii p_2 este dată de temperatura apei de răcire din condensator, care variază între 4...25 °C. La aceste temperaturi presiunea aburului p_2 , este cuprinsă între 0,008...0,03 bari. Aceste instalații cu presiuni mici de condensare se numesc **instalații de forță cu condensare** și se utilizează în centralele termoelectrice de putere medie.

1.4. Instalația cu termoficare

Cele mai mari pierderi de căldură la instalația Rankine au loc în condensatorului C. Această căldură pierdută prin condensare este evacuată de apa de răcire în exterior, la o temperatură redusă, apropiată de

temperatura mediului ambiant. Termoficarea are rolul de a interveni asupra regimului de funcționare a instalației Rankine, în scopul utilizării căldurii transportate de apa de răcire (Fig.8.6). Este necesar să se ridice temperatura apei de răcire din condensator până la o valoare la care apa să poată fi folosită ca agent de încălzire ($t \approx 100 \text{ }^\circ\text{C}$). La o presiune $p_2 \approx 1 \text{ bar}$, temperatura de condensare este $t_2 \approx 100 \text{ }^\circ\text{C}$. Este evident că, prin creșterea presiunii de condensare p_2 , randamentul termic scade, dar mai importantă este utilizarea cât mai completă a căldurii combustibilului ($\dot{B} \cdot H_i$).

Randamentul global de utilizare a căldurii combustibilului va fi :

$$\eta_g = \frac{P + \dot{Q}_i}{\dot{B} \cdot H_i}$$

\dot{Q}_i – căldura utilizată de consumatorii I.
 $\eta_g = 0,8 \dots 0,85$, față de $\eta_t = 0,3$ – pentru instalațiile de forță cu condensatie.
 Instalația cu termoficare se utilizează pentru încălzirea spațiilor de locuit.

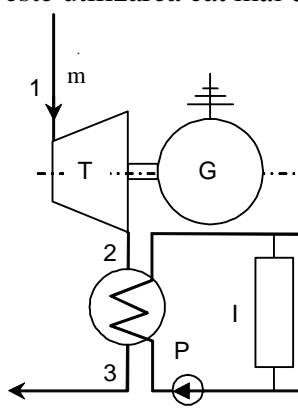


Fig. 8.6. Instalația cu termoficare.

1.5. Instalația de forță cu încălzire intermediară

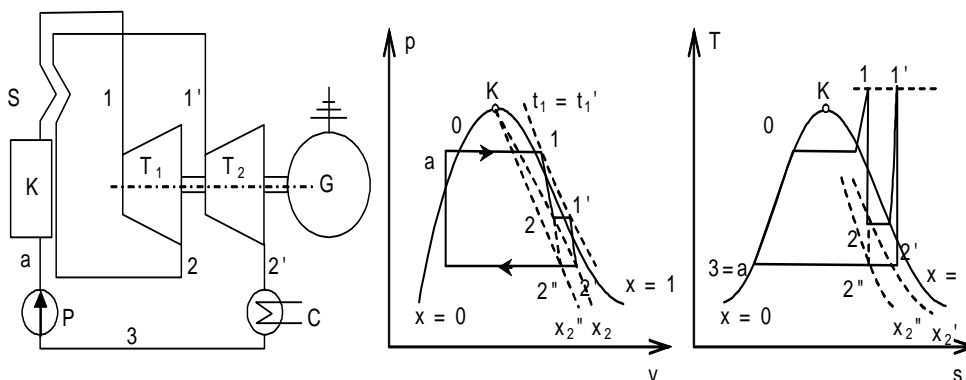


Fig. 8.7. Schema și ciclul instalației de forță cu încălzire intermediară.

Scopul principal al acestei instalații cu încălzire intermediară este de a asigura o funcționare mai îndelungată a turbinelor și de a crește randamentul global al ciclului. Dacă titlul aburului x are valori mici, atunci paletel turbiniei se deteriorează într-un timp mai scurt. Această degradare a paletelor se datorează efectului coroziv al umidității care apare la suprafața paletelor. Din practică, s-a constatat că destinderea aburului în turbine nu trebuie să se realizeze sub $x=0,9$, pentru a se evita o uzură a paletelor sub limita admisă. Aburul care se destinde în turbina T_1 este încălzit din nou $2-1'$ și apoi destins în turbina de joasă presiune T_2 . Dacă s-ar face o destindere numai în turbina T_1 , atunci titlul x_2 ar fi mai mic decât $0,9$.

Randamentul termic al instalației este:

$$\eta_t = \frac{1}{q_1} = \frac{(i_1 - i_2) + (i_1' - i_2')}{(i_1 - i_a) + (i_1' - i_2')} > \eta_{t \text{ Rankine}}$$

dacă $i_1' - i_2' > i_1 - i_2$.

1.6. Instalația de forță cu priză de vapori

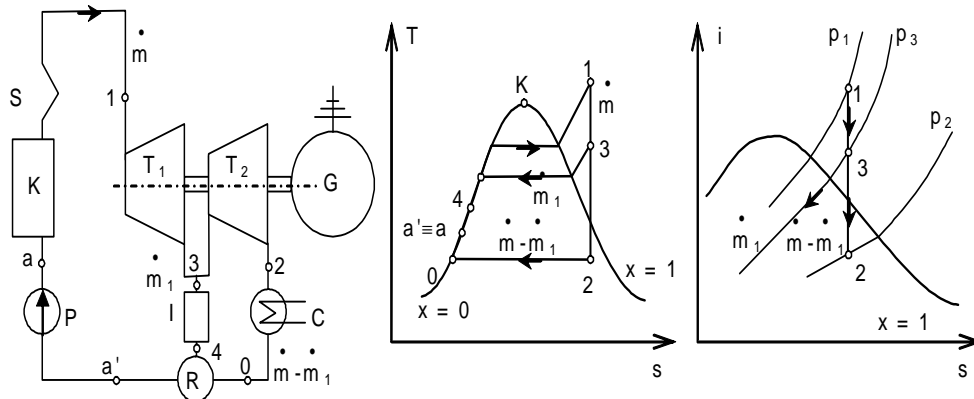


Fig. 8.8. Schema și ciclul instalației de forță cu priză de vapori : I – consumator extern ; R – schimbător de căldură prin amestec.

Motivul utilizării acestei instalații cu priză de vapori este următorul : este necesar adesea să se alimenteze cu abur diverși consumatori tehnologici ; dacă s-ar folosi o instalație de abur separată pentru acești consumatori, atunci ar scădea randamentul de utilizare a căldurii combustibilului, deoarece cresc suprafața prin care se pierde căldura și gabaritul instalației. De aceea se folosește o singură instalație cu rol dublu : producere de putere mecanică și alimentarea unor consumatori tehnologici. După destindere în

turbina T_1 , un debit \dot{m}_1 de abur este preluat printr-o priză de către consumatorul I, iar restul se destinde în turbina T_2 . În schimbătorul R se amestecă condensatul din consumatorul I cu condensatul de la condensatorul C.

Puterea mecanică obținută este:

$$P = \dot{m} \cdot (i_1 - i_3) + (\dot{m} - \dot{m}_1)(i_3 - i_2)$$

Fluxul termic absorbit în ciclu:

$$\dot{Q}_1 = \dot{m} \cdot (i_1 - i_a)$$

Fluxul termic utilizat de consumatorul extern I:

$$\dot{Q}_I = \dot{m}_1 \cdot (i_3 - i_4)$$

Randamentul global al instalației va fi:

$$\eta_g = \frac{P + \dot{Q}_I}{\dot{B} \cdot H_i} = \frac{\dot{m}(i_1 - i_3) + (\dot{m} - \dot{m}_1)(i_3 - i_2) + \dot{m}_1(i_3 - i_4)}{\dot{B} \cdot H_i}$$

Noțiunea de «randament termic» al ciclului nu prezintă în acest caz o importanță deosebită.

1.7. Instalația frigorifică într-o treaptă de comprimare cu ventil de laminare

Aceste instalații sunt destinate inversării sensului fluxului termic, prin consum de energie mecanică din exterior (Fig.8.9).

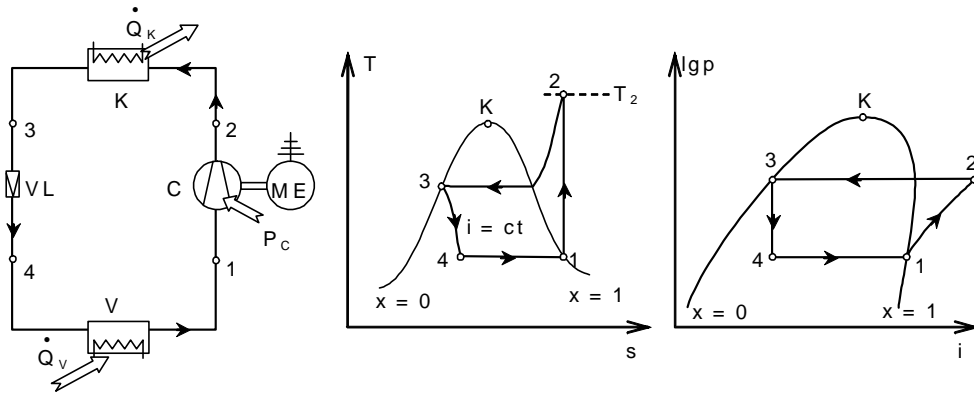


Fig. 8.9. Schema și ciclul instalației frigorifice/pompei de căldură : C – compresor, K – condensator, VL – ventil de laminare, V – vaporizator.

Funcționare : Agentul frigorific (amoniac, freoni, clorură de metil, etc.) cu starea **1** de vapori saturați uscați este comprimat adiabatic **1-2**, apoi este condensat și răcit **2-3** până la starea de lichid saturat **3**. Prin laminare **3-4** ($i = \text{ct}$) se obțin vapori umezi cu starea **4** (titlul x_4 fiind apropiat de curba $x = 0$), iar vaporizarea **4-1** se face cu absorbție de căldură.

Lucrul mecanic elementar consumat și puterea la compresor:

$$l_C = i_2 - i_1 ; P = \dot{m} (i_2 - i_1)$$

Fluxul termic la vaporizator:

$$\dot{Q}_V = \dot{m} (i_1 - i_4)$$

Fluxul termic la condensator:

$$\dot{Q}_K = \dot{m} (i_2 - i_3)$$

Dacă instalația funcționează ca instalație frigorifică, atunci se absoarbe fluxul

de la corpurile cărora trebuie să li se mențină o temperatură scăzută și se cedează mediului exterior fluxul \dot{Q}_K . **Eficiența frigorifică** (coeficientul economic) a instalației frigorifice este:

$$\varepsilon_{IF} = \frac{\dot{Q}_V}{P} = \frac{i_1 - i_4}{i_2 - i_1}$$

Pompa de căldură absoarbe căldura \dot{Q}_V din mediul exterior și, prin consum de energie mecanică, cedează căldura \dot{Q}_K unor corpuri care trebuie încălzite. Eficiența frigorifică a pompei termice este:

$$\varepsilon_{PC} = \frac{\dot{Q}_K}{P} = \frac{i_2 - i_3}{i_2 - i_1}$$

1.8. Instalația frigorifică într-o treaptă de comprimare cu detentor

Detentorul poate fi un compresor cu piston sau o turbină. Instalația este mai scumpă decât instalația cu ventil de laminare, dar cheltuielile de exploatare se micșorează, deoarece detentorul asigură parțial antrenarea compresorului C.

Puterea mecanică absorbită din exterior va fi:

$$P = P_C - P_D = \dot{m} (i_2 - i_1) - \dot{m} (i_3 - i_4)$$

Aceste instalații se folosesc pentru puteri frigorifice mari și ca pompe de căldură de puteri medii și mari (Fig.8.10).

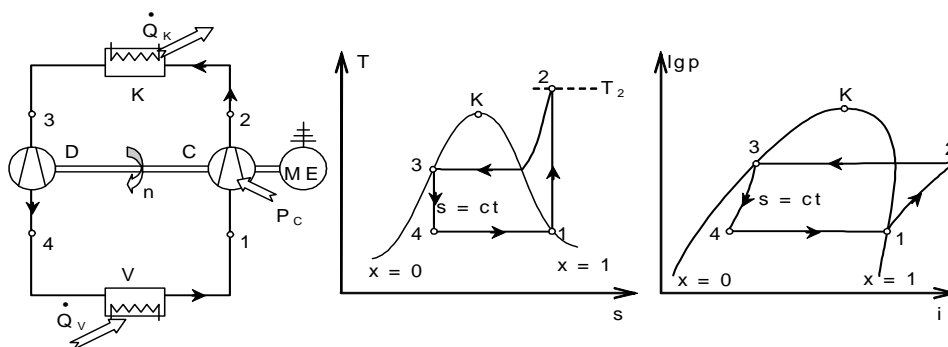


Fig. 8.10. Schema și ciclul instalației cu detentor: C - compresor; K - condensator; D - detentor; V - vaporizator.

1.9. Instalația frigorifică cu comprimare în două trepte și cu două laminări

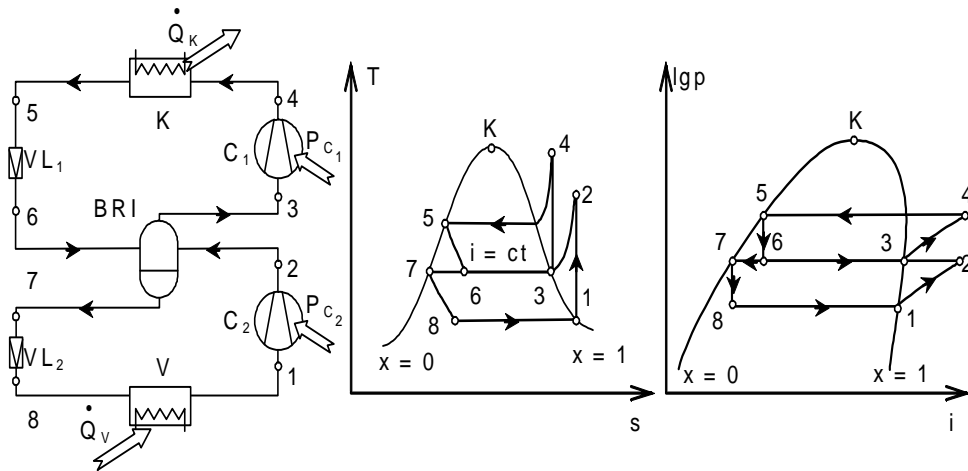


Fig. 8.11. Schema și ciclul instalației frigorifice în două trepte de comprimare și cu două laminări: K – condensator, VL - ventil de laminare, V – vaporizator, BI - butelie de răcire intermediară, C₁ - compresor de înaltă presiune, C₂ - compresor de joasă presiune.

Când raportul presiunilor (p_2/p_1) este foarte mare, se utilizează comprimarea în două trepte, care conduce la o economie de lucru mecanic consumat și la obținerea unor temperaturi mai scăzute (Fig.8.11).

Fluxul de căldură la condensator: $\dot{Q}_K = \dot{m} (i_4 - i_5)$

Fluxul de căldură la vaporizator: $\dot{Q}_V = \dot{m} (i_1 - i_8)$

Fluxul de căldură la butelia de răcire intermediară: $\dot{Q}_{BRI} = \dot{m} (i_2 - i_3)$

Puterea totală consumată pentru antrenarea compresoarelor:

$$P = P_{C_1} + P_{C_2} = \dot{m} (i_2 - i_1) + \dot{m} (i_4 - i_3)$$

Eficiența frigorifică este: $\varepsilon_{IF} = \frac{\dot{Q}_V}{P} = \frac{i_1 - i_8}{(i_2 - i_1) + (i_4 - i_3)}$

Pentru obținerea unor temperaturi și mai scăzute se utilizează instalații frigorifice în cascadă, cu agenți frigorifici diferiți pe fiecare treaptă a cascadei. Alte tipuri de instalații frigorifice: cu absorbție, cu adsorbție, cu ejectie.

1.10. APLICATII

Problema 1. O turbină de abur cu puterea teoretică de 5000 kW trebuie alimentată cu abur de 24 bari și 450°C . Presiunea la ieșirea din turbină este 0,02 bari. Să se determine debitul masic de abur, destinderea în turbină fiind o adiabată reversibilă.

Din ecuația puterii mecanice adiabatice: $P = \dot{m}(i_1 - i_2)$, se determină debitul masic \dot{m} .

Pentru starea 1 se scot parametrii i și s din Tab. 3, la $p = 24$ bari și

$$t = 450^{\circ}\text{C} : i_1 = 3351 \text{ kJ/kg} ; s_1 = 7,192 \text{ kJ/kgK}$$

Iar pentru starea 2 se folosește Tab. 2 de unde, pentru $p = 0,02$ bari, se scot

$$\text{parametrii: } i_2'' = 73,52 \text{ kJ/kg} ; r_2 = 2459 \text{ kJ/kg} ; s_2'' = 0,2609 \text{ kJ/kgK} ;$$

$$s_2' = 8,722 \text{ kJ/kgK} .$$

Titlul de vapori este: $x_2 = \frac{s_1 - s_2'}{s_2'' - s_2'} = \frac{7,192 - 0,2609}{8,722 - 0,2609} = 0,819$, iar entalpia:

$$i_2 = i_2'' + x_2 \cdot r_2 = 73,52 + 0,819 \cdot 2459 = 2087 \text{ kJ/kg} ;$$

$$\dot{m} = \frac{P}{i_1 - i_2} = \frac{5000}{3351 - 2087} = 3,955 \text{ kg/s} = 14,24 \text{ t/h} .$$

Problema 2. O instalație frigorifică cu amoniac (NH_3) funcționează după ciclul teoretic cu compresor și ventil de laminare. Puterea frigorifică a instalației este: $\dot{Q}_v = 150 \text{ kW}$, iar în vaporizatorul V amoniacul fierbe la temperatura de -30°C . Temperatura de condensare în condensatorul C este de 40°C . Să se determine:

- 1- Presiunea, temperatura, titlul, entalpia și entropia în stările caracteristice ale ciclului;
- 2- Debitul de amoniac prin instalație;
- 3- Puterea motorului de antrenare M;
- 4- Căldura \dot{Q}_k cedată sursei calde;
- 5- Eficiența frigorifică a ciclului.

Din tabel rezultă mărimile caracteristice la saturație:

$$\text{Pentru } t = -30 \text{ } ^\circ\text{C} : \quad p = 1,194 \text{ bari} ; i' = 282,22 \text{ kJ/kg} ; i'' = 1640,53 \text{ kJ/kg} ;$$

$$r = 1358,31 \text{ kJ/kg} ; s' = 3,659 \text{ kJ/kgK} ; s'' = 9,247 \text{ kJ/kgK} .$$

$$\text{Pentru } t = +40 \text{ } ^\circ\text{C} : \quad p = 15,533 \text{ bari} ; i' = 609,14 \text{ kJ/kg} ; i'' = 1709,43 \text{ kJ/kg} ;$$

$$r = 1100,29 \text{ kJ/kg} ; s' = 4,830 \text{ kJ/kgK} ; s'' = 8,344 \text{ kJ/kgK} .$$

În starea **1** (la intrarea compresorului C) amoniacul este în stare de vapori saturați uscați ($x = 1$), iar temperatura este $t_1 = -30 \text{ } ^\circ\text{C}$. Pentru determinarea stării **2** se utilizează diagrama $\lg p - i$: din starea 1 se urmărește izentropa $s_1 = 9,247 \text{ kJ/kgK}$ pîna la intersecția cu izobara $p_2 = 15,533 \text{ bari}$.

Din diagrama se vor citi: $t_2 = 160 \text{ } ^\circ\text{C}$; $i_2 = 2038,58 \text{ kJ/kg}$. Starea 3 este pe izobara $p_3 = p_2 = 15,533 \text{ bari}$, având $x_3 = 0$ (starea de lichid saturat).

Pentru starea 4: $p_4 = p_1 = 1,194 \text{ bari}$; $i_4 = i_3$ (laminare adiabatică) și rezultă

$$\text{titlul } x_4 : \quad x_4 = \frac{(i_3 - i_4')}{r_4} = \frac{609,14 - 282,22}{1358,31} = 0,24$$

iar entropia stării 4 este:

$$s_4 = s_4' + x_4 (s_4'' - s_4') = 3,659 + 0,24 (9,247 - 3,659) = 5 \text{ kJ/kgK} .$$

Valorile mărimilor caracteristice sunt date în tabelul mai jos:

Starea	Presiunea -bari-	Temperatura - $^\circ\text{C}$ -	Titlul -	Entalpia kJ/kg	Entropia kJ/kgK
1	1,194	-30	1	1640,53	9,247

2	15,533	160	-	2038,58	9,247
3	15,533	40	0	609,14	4,830
4	1,194	-30	0,24	609,14	5

Debitul masic \dot{m} de amoniac:

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}_v}{(i_1 - i_4)} = \frac{150}{1640,53 - 609,14} = 0,1454 \text{ kg/s} .$$

Puterea motorului M de antrenare a compresorului :

$$P_M = P_C = \dot{m}(i_2 - i_1) = 0,1454 (2038,58 - 1640,53) = 57,87 \text{ kW}$$

Fluxul cedat sursei calde:

$$\dot{Q}_K = \dot{m}(i_2 - i_3) = 0,1454 (2038,58 - 609,14) = 207,87 \text{ kW} .$$

Verificarea bilanțului termic: $\dot{Q}_K = \dot{Q}_v + P_C = 150 + 57,87 = 207,87 \text{ kW} .$

Eficiența teoretică a ciclului frigorific: $\varepsilon_f = \frac{\dot{Q}_v}{P_C} = \frac{150}{57,87} = 2,592$

CURS 3**AERUL UMED****1.1. Generalități**

Aerul umed este format dintr-un amestec de gaze cu naturi chimice diferite care evoluează în imediata apropiere a zonei de lichefiere a unora dintre componenți. Dacă se consideră că acest amestec este răcit (la $p=ct.$), se poate atinge o temperatură la care să apară procesul de condensare a unui component.

Legile lui Amagat și Dalton se pot aplica și pentru amestecuri de gaze reale, erorile comise se încadrează în limite admisibile ale calculului curent:

$$\begin{cases} V = (V_1 + V_2 + \dots + V_n)_{p,T} = \sum V_{i(p,T)} \\ p = (p_1 + p_2 + \dots + p_n)_{p,T} = \sum p_{i(p,T)} \end{cases}$$

Aerul umed constituie cel mai important amestec folosit ca agent termodinamic în instalațiile termice cu gaze, cât și ca agent de încălzire sau răcire. În aerul atmosferic umiditatea provine din evaporarea apei de pe suprafețe libere de apă sau de pe terenuri umede. Se consideră aerul umed ca un amestec de aer uscat și vapori de apă.

Pentru partea uscată corespunde compoziția volumică (molară):

$$O_2 \rightarrow 20,99\%$$

$$N_2 \rightarrow 78,03\%$$

$$Ar \rightarrow 0,94\%$$

$$CO_2 \rightarrow 0,03\%$$

$$H_2 \rightarrow 0,01\%$$

Masa molară pentru aerul uscat va fi :

$$M_L = \sum v_i \cdot M_i = 28,967 \text{ kg / kmol}$$

1.2. Marimile de stare ale aerului umed

Gradul de umiditate a aerului este dat prin:

- umiditate absolută.
- umiditate relativă.

Umiditatea absolută x este raportul între cantitatea de vapori de apă din

aer și un kg de aer uscat :

$$x = \frac{m_v}{m_a}$$

x [kg vapori/1 kg aer uscat] sau d [g vapori/1kg aer uscat].

Cantitatea totala de aer umed va fi (pentru un kg de aer uscat) :

$$m=1+x \quad [\text{aer uscat} + \text{vapori}]$$

Umiditatea relativă φ reprezintă raportul dintre cantitatea de vapori pe care o conține aerul la temperatura data t si cantitatea maximă de vapori pe care poate să o conțină aerul la aceeași temperatură:

$$\varphi = \frac{m_v}{m_{\text{sat}}} \cdot 100 \quad (\%) \quad ; \quad \varphi = \frac{m_v}{m_s} = \frac{\rho_v \cdot V}{\rho_s \cdot V} = \frac{\rho_v}{\rho_s}$$

Considerînd aerul umed ca un amestec de doua gaze, se scrie legea lui Dalton:

$$p=p_a+p_v$$

unde :

p_a - presiunea parțială a aerului uscat ;

p_v - presiunea parțială a vaporilor de apă ;

p - presiunea totală a aerului (masurată cu barometrul) .

Se disting situațiile:

- Dacă $p_v = p_{\text{sat}}$ (presiunea de saturație la care începe condensarea vaporilor de apă),orice exces de umiditate va rămâne în stare lichidă (lichid saturat),deci se poate denumi aerul în aceasta stare ca **aer saturat** (cu vapori de apă),cantitatea de vapori de apă în această situație este cantitatea maximă(m_{sat}).

- Dacă $p_v < p_{\text{sat}}$, umiditatea x va fi sub formă de vapori supraîncălziți, aerul fiind numit **aer nesaturat**. Pentru **starea de saturație** $\varphi = 1$ sau $\varphi = 100\%$.

- Dacă $t < t_{\text{sat}}$, vaporii de apă se vor condensa, presiunea lor parțială p_v se va micșora, iar condensarea se face până când p_v atinge valoarea presiunii de saturație corespunzătoare temperaturii t . În acest caz aerul umed va fi un amestec de aer uscat și vapori umezi, adică **aer suprasaturat**.Umiditatea în exces se prezintă sub forma de suspensie fină (ceață) sau masă lichida.

Dacă $m_v = 0$, $\varphi = 0$, deci $\varphi \in [0,1]$ sau : $0\% \leq \varphi \leq 100\%$.

$$m_v = \rho_v \cdot V \quad ; \quad m_s = \rho_s \cdot V \quad ; \quad \varphi = \frac{\rho_v}{\rho_s}$$

Pentru calculele tehnice, în situația în care $\varphi < 1$, vaporii fiind supraîncălziți, nu se comite o eroare prea mare (sub 2%), dacă se consideră acești vapori

drept gaz perfect și în acest caz : $\rho_v = \frac{P_v}{r_v \cdot T}$; $\rho_s = \frac{P_{\text{sat}}}{r_s \cdot T}$

Rezultă :
$$\varphi = \frac{p_v}{p_s}; p_v = \varphi \cdot p_s$$

Se scriu ecuațiile de stare pentru **aer uscat** și pentru **vapori de apă**:

$$p_a \cdot V = m_a \cdot r_a \cdot T; p_v \cdot V = m_v \cdot r_v \cdot T$$

dar $r_a = 287,07 \text{ J/kgK}$, $r_v = 461,09 \text{ J/kgK}$

și rezultă :

$$x = \frac{m_v}{m_a} = \frac{p_v}{r_v} \cdot \frac{r_a}{p_a} = 0,622 \cdot \frac{p_v}{p_a} = 0,622 \cdot \frac{p_v}{p - p_v}$$

$$x = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_s}{p - \varphi \cdot p_s} = f(p_s) = f(t)$$

Umiditatea maximă se obține pentru $\varphi=1$:

$$x_{\max} = x_s = 0,622 \cdot \frac{p_s}{p - p_s}$$

Dacă se cunoaște umiditatea absolută x , se pot calcula presiunile parțiale ale aerului uscat și vaporilor de apă :

$$\begin{cases} p_v = \frac{p \cdot x}{0,622 + x} \\ p_a = p - p_v = \frac{0,622 \cdot p}{0,622 + x} \end{cases}$$

Constanta r a aerului umed se calculează astfel :

$$r = \sum \mu_i \cdot r_i = \mu_a \cdot r_a + \mu_v \cdot r_v$$

Pentru un amestec $(1+x)$ kg de aer umed: $\mu_a = 1; \mu_v = x$ și rezultă :

$$r = 1 \cdot r_a + \mu_v \cdot r_v = 287,07 + x \cdot 461,09 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Densitatea aerului umed va fi :

$$\rho = \frac{m_a + m_v}{V} = \frac{p_a}{r_a \cdot T} + \frac{p_v}{r_v \cdot T}$$

Se adună și se scade termenul $\frac{p_v}{r_a \cdot T}$:

$$\rho = \frac{p_a}{r_a \cdot T} + \frac{p_v}{r_v \cdot T} + \frac{p_v}{r_a \cdot T} - \frac{p_v}{r_a \cdot T} = \frac{p_v + p_a}{r_a \cdot T} - \frac{p_v}{T} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_v} \right)$$

dar:

$$p_a + p_v = p \text{ și } p_v = \varphi \cdot p_s,$$

atunci :

$$\rho = \frac{p}{287,07 \cdot T} - 0,00126 \frac{\varphi \cdot p_s}{T}$$

Se observă că aerul umed este mai ușor decât aerul uscat: $\rho_{\text{aer umed}} < \rho_{\text{aer uscat}}$. Aceasta este și explicația pentru care, în atmosferă, aerul umed de deasupra suprafeței solului se ridică la înălțime unde, datorită scăderii temperaturii, poate ajunge la temperatura de saturație, la care umiditatea începe să se condenseze, formând astfel norii.

Entalpia aerului umed este formată din entalpia aerului uscat și entalpia vaporilor de apă :

$$i = 1 \cdot i_a + x \cdot i_v$$

în care :

$$i_a = c_p \cdot t = 1 \cdot t \text{ (kJ / kg aer uscat)}$$

iar din ecuația **Ramzin**, suficient de precisă, rezultă :

$$i_v = 2490,67 + 1,967 t \text{ (kJ/kg vapori)}$$

și înlocuind valorile numerice rezultă :

$$i = 1 \cdot t + x(2490 + 1,96 \cdot t) \text{ (kJ/kg aer umed)}$$

Relațiile deduse, prin considerarea aerului umed ca un amestec de gaze perfecte, sunt suficient de precise în practica de proiectare a instalațiilor de ventilație și de climatizare.

Marea majoritate a calculelor se efectuează cu ajutorul diagramei **i-x**, întocmită pe baza ecuațiilor de mai sus, pentru presiunea atmosferică medie a zonei geografice considerate. Calculul diagramei se face pentru cantitatea (1+x) kg de aer umed.

1.3. Diagrama i-x a aerului umed

Pentru comoditatea trasării curbilor **i=ct** s-a trasat ordonata entalpiilor la un unghi de 45° față de abscisa **x**; ordonata perpendiculară pe abscisă fiind dusă din motive de prezentare grafică. Dreptele de **i=ct** fac unghiul de 45° cu abscisa, iar ordonata entalpiilor nu se trasează de obicei pe diagramă (Fig.9.1)

Trasarea izotermei se face pe baza ecuației :

$$i = 1 \cdot t + x(2490 + 1,96 \cdot t) = t(1 + 1,96 \cdot x) + 2490 \cdot x \text{ (kJ/kg)}$$

care reprezintă ecuația unei drepte (Fig. 9.2). Pentru trasarea izotermei se determină două puncte: punctul **0** de coordonate :x=0; $i_0 = t \cdot 1$ și punctul **1** de coordonate :x = x₁; $i = i_1$. Odată cu creșterea temperaturii (sub x =ct),

entalpia aerului umed crește mai repede decât a aerului uscat, astfel că panta izotermelor se mărește.

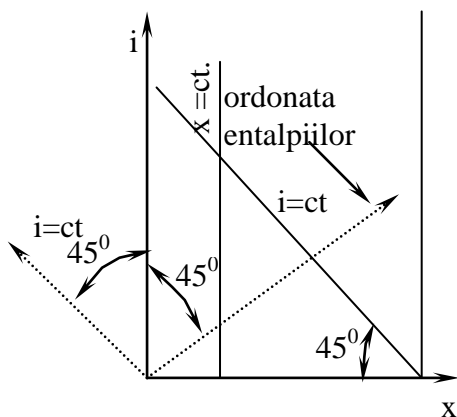


Fig.9.1. Diagrama i-x a aerului umed.

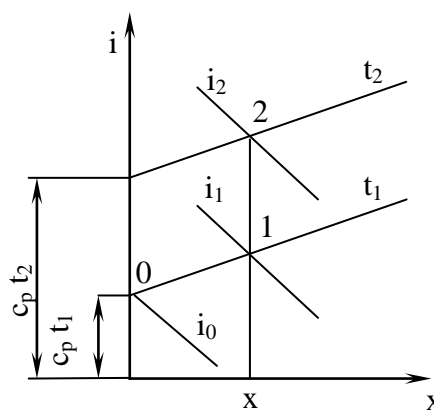


Fig.9.2. Trasarea izotermei.

Trasarea curbei de presiune parțială a vaporilor p_v (Fig.9.3) se face pe baza ecuației:

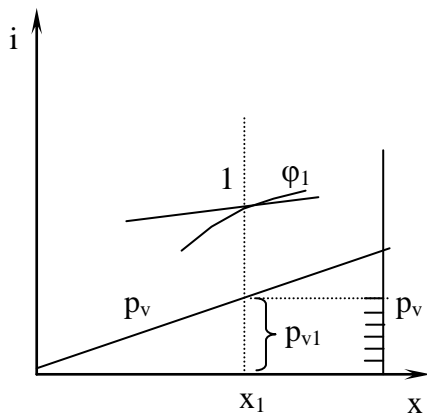


Fig.9.3. Trasarea curbei de presiune parțială a vaporilor p_v .

$$p_v = \frac{p \cdot x}{0,622 + x}$$

unde p este presiunea pentru care s-a întocmit diagrama (de obicei $p=760$ mmHg).

Trasarea curbei de saturație

Curba $\varphi = 100\%$ ($\varphi=1$) se obține din totalitatea punctelor rezultate din intersecția dreptelor $t_1=t_s$ și

$$x_1 = x_{1max} = 0,622 \frac{p_s}{p - p_s}$$

Curba de saturație împarte diagrama $i-x$ în 2 zone (Fig.9.4) :

I - zona de deasupra curbei: aer nesaturat alcătuit din aer uscat și vapori supraîncălziți.

II - zona de sub curbă : aer suprasaturat format din aer uscat și vapori umezi, în care umiditatea este formată din vapori saturați uscați și lichid saturat sub formă de ceață sau de condensat.

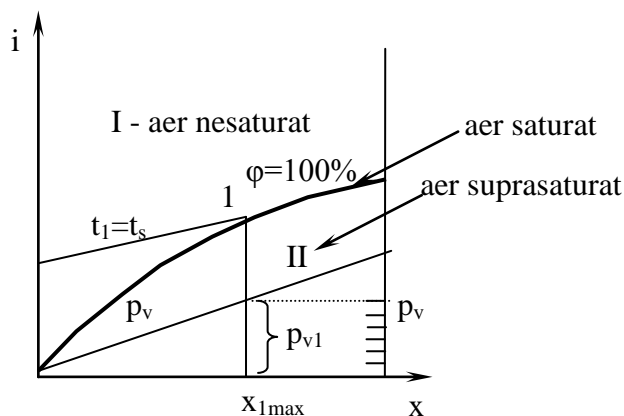


Fig.9.4. Trasarea curbei de saturație.

Trasarea curbelor $\phi = ct.$: pentru starea **1** se determină presiunea p_v corespunzătoare umidității absolute x_1 și apoi se determină presiunea la saturație p_s , care se citește în dreptul intersecției dintre t_1 și $\phi=100\%$ (Fig.9.5).

Umiditatea relativă se calculează cu relația: $\phi = \frac{p_v}{p_s}$

Curbele $\phi = ct.$ care intersectează izoterma de fierbere ($t=100^\circ C$) devin normale la abscisă.

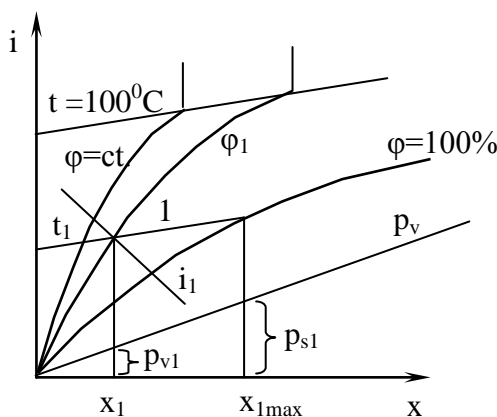


Fig.9.5. Trasarea curbelor $\phi=ct.$

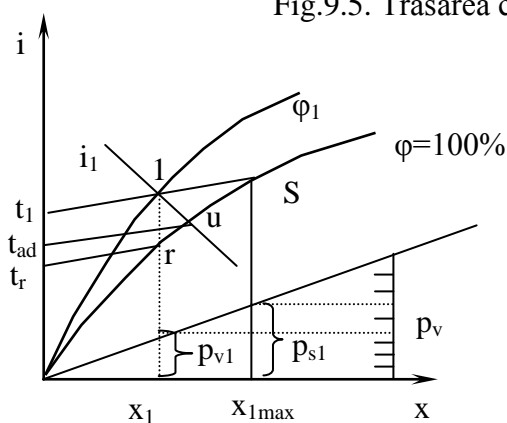


Fig.9.6. Parametrii aerului umed.

O stare
oarecare **1**

(Fig.9.6) este caracterizată prin :

- umiditatea relativă φ_1 .
- umiditatea absoluta x_1 .

- umiditatea absolută maximă x_{1max} .
- temperatura t_r a punctului de rouă r . La temperatura t_r apar primele picături de apă, prin răcirea aerului la $x=ct$.
- temperatura termometrului umed sau temperatura adiabatică t_{ad} .
- starea de saturatie S la care

corespunde x_{max} .

1.4. Procese de tratare izobară a aerului umed

Tratarea aerului umed se face în instalațiile de conditionare și ventilare a aerului. Aerul tratat trebuie sa aibă o anumită stare termică (impusă de condițiile de proiectare) caracterizată prin : t, x, φ .

1.4.1. Încălzirea aerului umed

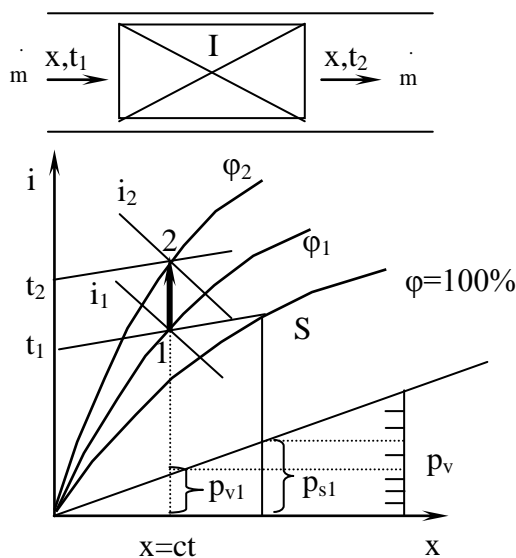


Fig.9.7. Încălzirea aerului umed.

Se consideră un canal de tratare a aerului(Fig.9.7) în care circulă debitul m de aer umed și care trebuie încălzit(la $x= ct$.)până la temperatura t_2 . Încălzitorul **I** cedează aerului fluxul Q_{12} : $Q_{12} = m (i_2-i_1)$
 Prin încălzire se micșorează umiditatea relativă : $\varphi_1 > \varphi_2$.
 Procedul de calcul este

următorul : cunoscînd starea **1** a aerului (t_1, φ_1) și debitul de aer, se dimensionează încălzitorul **I**, astfel încît la ieșirea acestuia aerul să aibă temperatura t_2 .

1.4.2. Răcirea aerului umed

Procesul de răcire este invers procesului de încălzire. Umiditatea relativă se micșorează continuu și, la un moment dat, se poate ajunge la $\varphi=1$, aerul umed devenind saturat cu vapori de apă (Fig.9.8). În această stare r_1 , temperatura t_{r1} se numește **temperatura de rouă**, deoarece sub această temperatură vaporii de apă condensează. Răcind aerul în continuare (**r₁-2**), vaporii de apă condensează, micșorându-se umiditatea absolută x . Dacă temperatura scade sub t_{r1} , atunci aerul devine suprasaturat cu vapori, starea aerului fiind un amestec de aer uscat și vapori umezi la saturație care condensează parțial. Deoarece presiunea amestecului rămâne constantă, scăderea umidității absolute duce la scăderea presiunii parțiale a vaporilor de apă p_v și la scăderea temperaturii. Cantitatea de umiditate cedată ($\Delta x = x_1 - x_2$) este evacuată printr-un separator de umiditate **S**, așezat după răcitorul **R**. Calculul se face folosind parametrii din diagrama $i-x$.

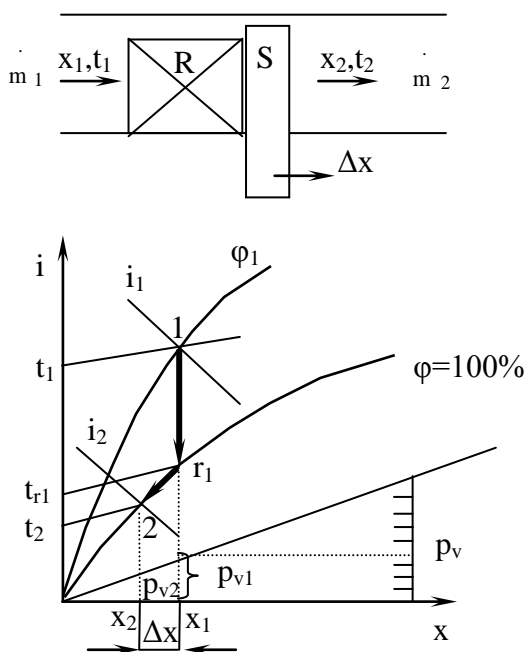


Fig.9.8. Răcirea aerului umed.

Fluxul termic extras din aer este:

$$Q_{12} = m(i_1 - i_2) \text{ [kW]}$$

Debitul de condensat care este evacuat va fi :

$$m_c = m(x_1 - x_2) \text{ [kg/s]}$$

Calculul se poate face și cu relațiile de calcul stabilite anterior.

Se deosebesc două cazuri :

- dacă $t_2 > t_r$, se face o **răcire uscată** (nu se depune condens).

- dacă $t_2 < t_r$, se face o **răcire umedă**, iar prin separarea condensatului se realizează și uscarea aerului.

O metodă modernă de uscare a aerului comprimat constă în utilizarea unei instalații frigorifice (Fig.9.9).

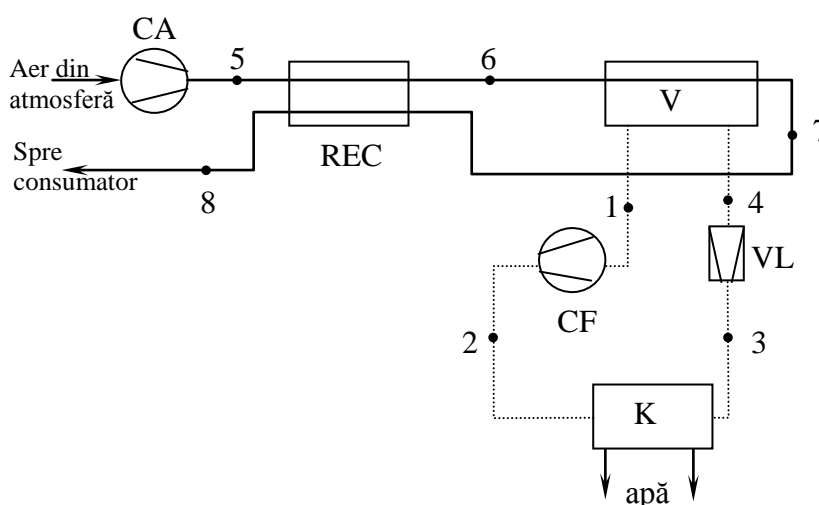


Fig.9.9. Instalație de uscare a aerului comprimat.

Instalația cuprinde: **CA**- compresor de aer , **REC** - recuperator de frig, **V**-vaporizator, **CF** - compresor frigorific, **K**- condensator, **VL**-ventil de laminare, ---- -circuit de agent frigorific.

Funcționare : Aerul comprimat (de exemplu la $p=7$ bari) este răcit în REC și apoi în vaporizatorul V. Prin răcire se depune umiditate sub formă de condens. Pentru ca starea aerului la ieșire să fie cât mai depărtată de curba $\varphi=100\%$ (la $\varphi=1$ se mai poate depune restul de umiditate neevacuată), se face o încălzire a aerului uscat (7-8) în REC.

Această uscare se poate realiza până la eliminarea totală a apei din aer. În acest caz se folosește o instalație frigorifică care face o răcire a aerului sub 0°C (când apa depusă îngheață) și care să funcționeze alternativ cu două vaporizoare: în timp ce un vaporizator funcționează, celalalt se dezgheață.

Pentru o uscare și mai bună se pot folosi cartușe cu silicagel prin care se trece aerul la ieșire din instalația frigorifică. Silicagelul are proprietatea de a reține vaporii de apă.

Reprezentarea în diagramele **i-x** (pentru aer) și **lgp-i** (pentru ciclul frigorific) este dată Fig.9.10 :

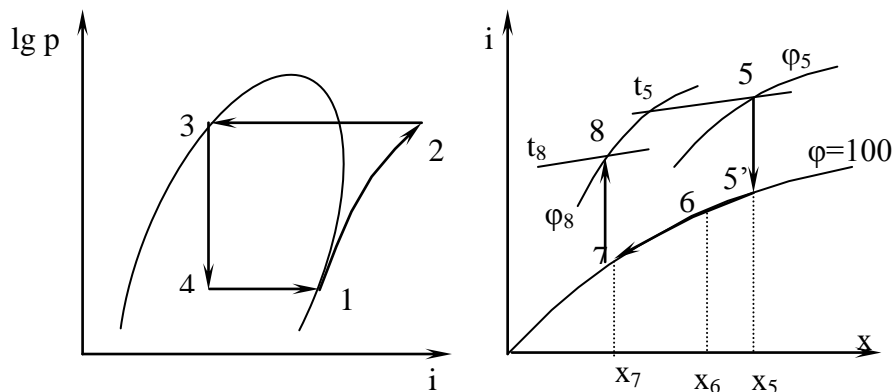


Fig.9.10. Uscarea aerului comprimat.

Depunerea de umiditate în REC :

$$m_{REC} = m(x_5 - x_6)$$

m - debitul de aer uscat

iar în vaporizatorul V se depune :

$$m_v = m(x_6 - x_7)$$

Fluxurile termice schimbate:

$$\begin{cases} Q_{REC} = m(i_5 - i_6) = m(x_8 - x_7) \\ Q_v = m(i_6 - i_7) \end{cases}$$

Observație : Pentru a se putea face calculul instalației de uscare trebuie mai întâi să se traseze diagrama **i-x** la presiunea aerului comprimat. Diagramele **i-x** existente în cărțile de specialitate sunt trasate pentru presiunea atmosferică de 760 mmHg.

Uscarea aerului este necesară deoarece prezența apei în aer duce la :

- corodarea tubulaturii prin care circulă aerul comprimat ;
- uzura mai rapidă a dispozitivelor și mașinilor care lucrează cu aer comprimat ;
- înghețarea apei din aer pe conducte ;
- ruginirea imediată a suprafețelor polizate cu polizoare pneumatice (actionate cu aer comprimat);în această situație nu se poate aplica vopsirea

suprafețelor decât după îndepărtarea ruginii.

Făcând un calcul economic, se constată că această metodă de uscare a aerului prin frig este indicată, amortizarea instalației de uscare făcându-se în aproximativ 4 ani.

1.4.3. Amestecarea aerului umed cu caracteristici diferite

Se că se amestecă debitul m_1 de aer, cu parametrii i_1, x_1 , cu debitul m_2 , avînd parametrii i_2, x_2 (Fig.9.11).

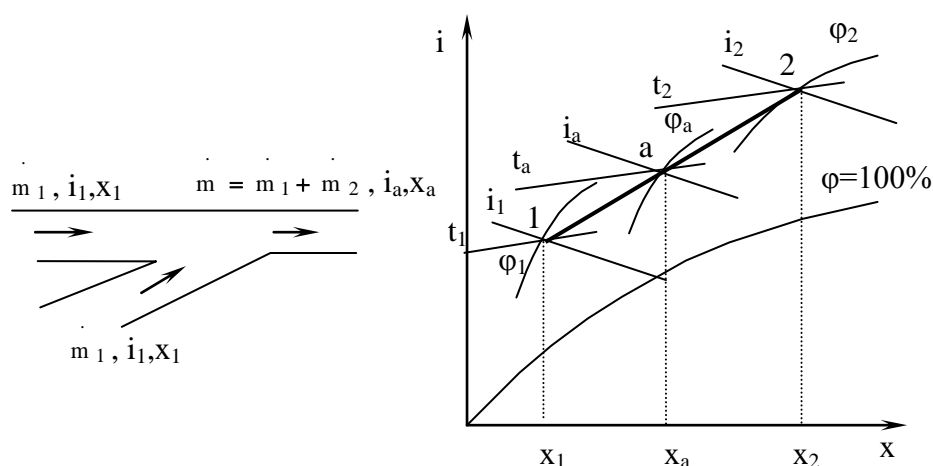


Fig.9.11. Amestecarea aerului umed.

Entalpia amestecului va rezulta din ecuația de bilanț caloric :

$$m_1 \cdot i_1 + m_2 \cdot i_2 = (m_1 + m_2) \cdot i_a$$

$$i_a = \frac{m_1 \cdot i_1 + m_2 \cdot i_2}{m_1 + m_2}$$

și similar pentru umiditatea x_a :

$$x_a = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2}{m_1 + m_2}$$

Ecuțiile de bilanț caloric și masic se mai scriu:

$$m_1(i - i_1) = m_2(i_2 - i)$$

$$m_1(x - x_1) = m_2(x_2 - x)$$

Dacă $\frac{m_1}{m_2} = n$ rezultă: $i - i_1 = n(i_2 - i)$

$$x - x_1 = n(x_2 - x)$$

se elimină n și relația devine: $\frac{i - i_1}{x - x_1} = \frac{i_2 - i_1}{x_2 - x}$

care reprezintă ecuația unei drepte ce trece prin punctele 1 și 2, numită **dreaptă de amestec: $i=f(x)$** .

Pentru determinarea stării **a** de amestec se determină entalpia i_a cu relația de mai sus (sau umiditatea absolută x_a), iar punctul **a** se găsește la intersecția dintre dreapta **1-2** și dreapta $i=i_a$ (sau $x = x_a$).

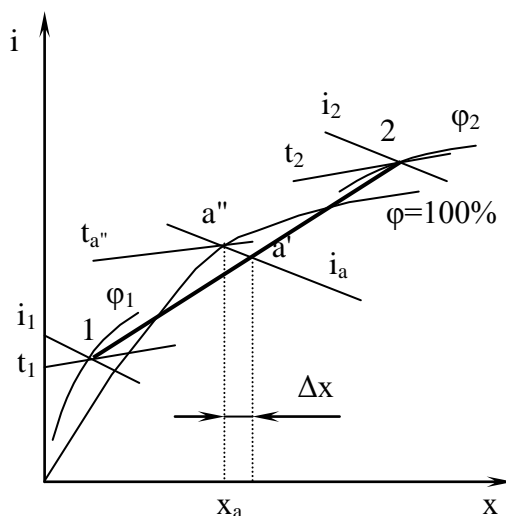


Fig. 9.12. Amestecarea aerului (starea finală a amestecului este a'.)

Odată stabilită starea **a**, se pot citi din diagramă : ϕ_a , t_a , p_{va} .

Dacă dreapta de amestec **1-2** intersectează curba de saturație, starea amestecului ar fi **a'**; se observă că starea **a'** este în zona aerului suprasaturat (Fig.9.12). Neglijând entalpia condensatului față de a aerului saturat , starea

corespunzătoare amestecului va fi starea **a''**, situată pe curba de saturație și care are entalpia egală cu a amestecului ($i_{a''} < i_{a'}$). Excesul de umiditate poate fi eliminat prin separare mecanică.

1.4.4. Evaporarea apei de pe suprafețe libere

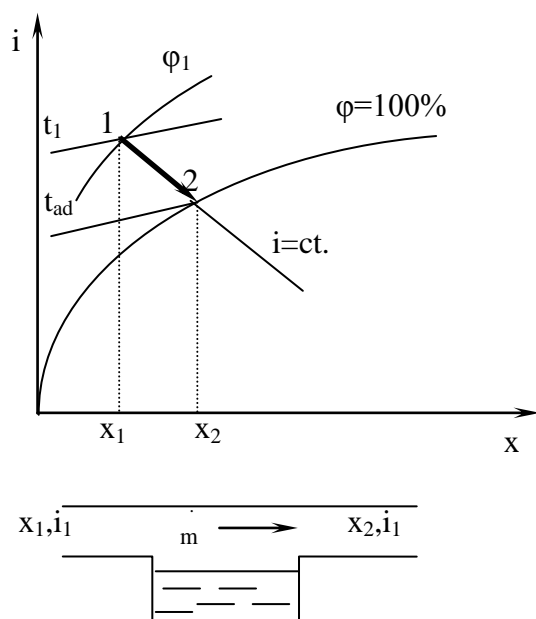


Fig. 9.13. Evaporarea apei.

Se consideră că aerul umed cu starea **1** circulă printr-un canal peste o zonă cu apă (Fig.9.13). Dacă pereții canalului sunt termoizolați, atunci căldura necesară evaporării apei este preluată de la aer, deci entalpia amestecului rămâne neschimbată.

Starea 2 se află la intersecția curbelor $\phi=1$ și $i=ct.$

Procesul trebuie descompus în trei faze :

I - O cantitate de apă se evaporă și se amestecă cu aerul, mărindu-i umiditatea absolută x (presiunea parțială a vaporilor crește).

II - Prin absorbția căldurii de către apa care se evaporă,

aerul se răcește.

III - Aerul se va răci până ce va atinge o temperatură de echilibru pentru care cedarea de caldura de către aer este egală cu căldura de vaporizare a apei. Această temperatură se numeste **temperatură de saturație adiabatică t_{ad}** sau **temperatura termometrului umed**. Ultima denumire se datorează faptului ca această temperatură se masoară cu un termometru al carui rezervor este învelit într-o țesătură textilă umedă și situat în curentul de aer. Pentru măsurarea parametrilor aerului umed se folosește aparatul numit **psichrometrul Assman**.

1.4.5. Umidificarea aerului

Umidificarea aerului este necesară pentru climatizarea aerului și se realizează prin pulverizare cu apă sau abur saturat. Se consideră debitul de

aer m cu starea inițială **1** (t_1, x_1) și care trebuie umidificat până la starea **2** (t_2, x_2). Debitul de umidificare \dot{m}_{apa} este sub formă de apă injectată fin sau sub formă de abur injectat. Pentru 1 kg de aer uscat se pulverizează

cantitatea de umiditate: $n = \frac{\dot{m}_{\text{apa}}}{\dot{m}}$ [kg umiditate/kg aer uscat]

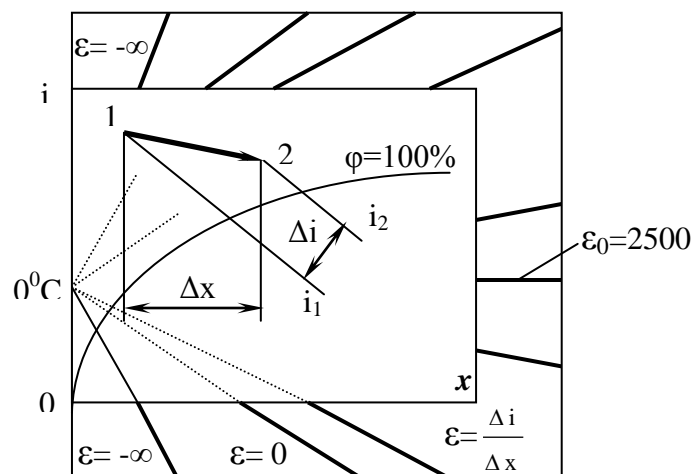


Fig.9.14. Diagrama i-x: umidificarea aerului umed.

După umidificare (Fig.9.14), umiditatea absolută va crește cu: Δx (kg umid./kg aer uscat), iar entalpia amestecului crește cu: $\Delta i = n \cdot i_a$ (kJ/kg aer uscat), unde:

i_a - entalpia agentului de umidificare (kJ/kg umid.).

Se definește **direcția** sau **raza procesului** raportul:

$$\varepsilon = \frac{Q}{\dot{m}_{\text{apa}}} = \frac{\dot{m} (i_2 - i_1)}{\dot{m} (x_2 - x_1)} = \frac{i_2 - i_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta i}{\Delta x}; \quad \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{umiditate}}$$

Q, \dot{m}_{apa} - fluxul de căldură și debitul de umiditate schimbate de aer în timpul procesului de umidificare.

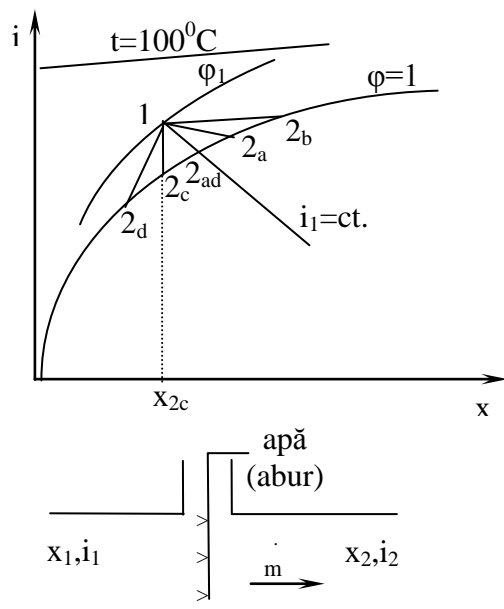


Fig. 9.15. Diagrama i-x: cazuri de umidificare cu apă sau abur.

Se obișnuiește ca direcția să fie marcată în diagrama **i-x** prin segmente de dreaptă ce reprezintă diferite valori ale sale. Deoarece $\varepsilon \in [-\infty, +\infty]$, se deosebesc următoarele cazuri particulare(Fig.9.15):

-pentru $x=ct$:

- $\varepsilon = +\infty$ - încălzire uscată ;
- $\varepsilon = -\infty$ - răcire uscată (1-2_c).

-pentru $i=ct$:

- $\varepsilon = 0$ -umidificare adiabatică (1-2_{ad})

-pentru $t=0^\circ\text{C}$:

- $\varepsilon_0 = 2500$;izoterma $t=0^\circ\text{C}$ este paralelă cu ε_0

-pentru $t=100^\circ\text{C}$:

- $\varepsilon_{100} = 2689$; izoterma $t=100^\circ\text{C}$ este paralelă cu ε_{100} .

Observație : Cunoscînd starea inițială și unul din parametrii stării finale **2**, se poate determina starea finală ducînd o paralelă din starea **1** la direcția procesului și intersectînd-o cu curba parametrului cunoscut. Pulverizarea apei se poate face adiabatic sau politropic.

• În cazul **pulverizării adiabatic**e, sistemul apă-aer nu schimbă căldură cu mediul exterior,dar în interiorul sistemului poate avea loc un schimb de căldura între apă și aer.În ecuațiile de bilanț se consideră că debitul de aer nu se modifică în decursul procesului($m \gg m_{\text{apa}}$).

Ecuția de bilanț termic:

$$m \cdot i_1 + m_{\text{apa}} \cdot c_{p \text{ apa}} \cdot t_{\text{apa}} = m \cdot i_2$$

$$i_2 - i_1 = \frac{m_{\text{apa}} \cdot c_{p \text{ apa}} \cdot t_{\text{apa}}}{m}$$

Ecuția de bilanț masic:

$$\dot{m} \cdot x_1 + \dot{m}_{\text{apa}} = \dot{m} \cdot x_2$$

$$x_2 - x_1 = \frac{\dot{m}_{\text{apa}}}{\dot{m}}$$

Rezultă că direcția procesului de umidificare adiabatică este :

$$\varepsilon = \frac{\Delta i}{\Delta x} = c_{p \text{ apa}} \cdot t_{\text{apa}} = i_{\text{apa}} = 4,18 \cdot t_{\text{apa}} ; \quad \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{umiditate}}$$

adică direcția procesului este foarte aproape de cea a izentalpei pentru care $\varepsilon = 0$.

• În cazul **procesului politropic**, sistemul aer-apă schimbă fluxul de caldură \dot{Q}_e cu mediul exterior, iar ecuația bilanțului termic este:

$$\dot{m} \cdot i_1 + \dot{m}_{\text{apa}} \cdot c_{p \text{ apa}} \cdot t_{\text{apa}} + \dot{Q}_e = \dot{m} \cdot i_2$$

S-a considerat că fluxul termic \dot{Q}_e pătrunde din exterior în sistem.

Ecuația bilanțului de masă este aceeași ca la pulverizarea adiabatică:

$$\dot{m} \cdot x_1 + \dot{m}_{\text{apa}} = \dot{m} \cdot x_2$$

Direcția ε se calculează cu relația :

$$\varepsilon = \frac{\Delta i}{\Delta x} = c_{p \text{ apa}} \cdot t_{\text{apa}} + \frac{\dot{Q}_e}{\dot{m}_{\text{apa}}}$$

În diagrama **i-x** (Fig.9.15) sunt reprezentate diverse procedee de pulverizare a apei : **1-2a, 1-2b, 1-2ad, 1-2c, 1-2d**.

• În cazul **umidificării cu abur** ecuațiile de bilanț termic și masic sunt :

$$\begin{cases} \dot{m} \cdot i_1 + \dot{m}_v \cdot t_v = \dot{m} \cdot i_2 \\ \dot{m} \cdot x_1 + \dot{m}_v = \dot{m} \cdot x_2 \end{cases}$$

unde:

\dot{m}_v (kg/s)- debitul masic al vaporilor (abur saturat).

i_v (kJ/kg) - entalpia aburului.

Entalpia vaporilor de apă la $t_s=100^\circ\text{C}$ este:

$$i_v = c_{p \text{ apa}} \cdot t_s + (2500 - 2,3 \cdot t_s) = 2689 \quad \text{kJ/kg}$$

Direcția ϵ este:

$$\epsilon = \frac{\Delta i}{\Delta x} = i_v = 2689 \text{ kJ/kg}$$

dar $\epsilon_{100} = 2689$, deci procesul se va desfășura după direcția izotermei de 100°C (**1-2b** în diagrama **i-x**).

1.5. APLICAȚII

Problema 1 Să se determine fluxul termic necesar pentru a încălzi debitul $\dot{m} = 0,2 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ de aer de la temperatura de 20°C până la temperatura de 80°C . Umiditatea relativă inițială este de 50%, iar presiunea barometrică a aerului este $p = 1013,33 \text{ mbari}$.

Încălzirea aerului umed se face sub umiditate absolută constantă. Rezolvare rapidă poate fi făcută cu ajutorul diagramei $i-x$, fluxul termic fiind:

$$\dot{Q} = \dot{m}(i_2 - i_1).$$

La intersecția dintre $t_1 = 20^\circ\text{C}$ cu $\varphi_1 = 50\%$ se află starea **1** pentru care $i_1 = 38 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$.

Pe aceeași dreaptă de $x=ct$, la intersecția cu $t_2 = 80^\circ\text{C}$, se citește valoarea entalpiei $i_2 = 98 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$.

Fluxul termic va fi: $\dot{Q} = 0,2(98 - 38) = 12 \text{ kW}$.

Pentru un calcul mai exact se pot folosi ecuațiile uzuale pentru aerul umed.

Din ecuația entalpiei: $i = t = x(2490 + 1,96 \cdot t)$

aplicată pentru cele două temperaturi t_1 și t_2 (pentru $x_1 = x_2$), se obține:

$$\dot{Q} = \dot{m}(i_2 - i_1) = \dot{m}(t_2 - t_1) \cdot (1 + 1,96 \cdot x)$$

unde:

$$x = \frac{0,622 \cdot \varphi \cdot p_{\text{sat}}}{p - \varphi \cdot p_{\text{sat}}}.$$

Din tabelul de vapori la saturație, pentru $t = 20^\circ\text{C}$, corespunde o presiune $p_{\text{sat}} = 23,37 \text{ mbari}$ și, înlocuind, se obține:

$$x = \frac{0,622 \cdot 0,5 \cdot 23,37}{1013,33 - 0,5 \cdot 23,37} = 0,00725 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

iar fluxul va fi: $\dot{Q} = 0,2 \cdot (80 - 20) \cdot (1 + 1,96 \cdot 0,00725) = 12,17 \text{ kW}$.

Eroarea dintre valoarea calculată, pe baza utilizării diagramei, și valoarea calculată după ecuațiile caracteristice (considerate ca fiind exacte) va fi:

$$e = \frac{12,17 - 12}{12,17} \cdot 100 = 1,3\% \text{ , deci nesemnificativă.}$$

Problema 2 Starea aerului la intrarea într-un răcitor este: $t_1 = 25^\circ \text{C}$, $\varphi_1 = 60\%$. Să se determine fluxul cedat, astfel încât temperatura aerului să fie de 10°C la saturație (starea de la ieșirea din răcitor), precum și umiditatea condensată. Debitul de aer este $\dot{m} = 2 \text{ kg/s}$, iar presiunea barometrică $p_B = 1013,33 \text{ mbari}$.

Starea inițială **1** este determinată de intersecția dintre izoterma de 25°C și curba $\varphi = 60\%$. Starea **2** se află pe izoterma de 10°C și se observă că intersecția izotermei cu curba de saturație are loc la umiditate absolută mai mică decât umiditatea stării inițiale (răcire umedă). Va rezulta că răcirea este însoțită de condensare, starea finală **2** se va găsi la intersecția dintre izoterma de 10°C și $\varphi = 100\%$. Fluxul termic cedat de aer prin răcire este:

$$\dot{Q} = \dot{m}(i_1 - i_2) \text{ , iar debitul de condens va fi: } \dot{m}_{\text{apa}} = \dot{m}(x_1 - x_2) \text{ .}$$

Din diagramă rezultă:

$$i_1 = 55 \text{ kJ/kg}_a \text{ ; } x_1 = 12 \cdot 10^{-3} \text{ kg}_v / \text{kg}_a \text{ ;}$$

$$i_2 = 28 \text{ kJ/kg}_a \text{ ; } x_2 = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}_v / \text{kg}_a \text{ .}$$

$$\text{Se calculează: } \dot{Q} = 2 \cdot (55 - 28) = 54 \text{ kW} \text{ ;}$$

$$\dot{m}_{\text{apa}} = 2 \cdot (12 - 7,5) \cdot 10^{-3} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s.}$$

Problema 3 Într-o instalație de condiționare a aerului se amestecă debitul de aer $m_1 = 2 \text{ kg/s}$, cu $t_1 = 30^\circ \text{C}$ și $\varphi_1 = 70\%$, cu debitul $m_2 = 1 \text{ kg/s}$, având $t_2 = 10^\circ \text{C}$ și $\varphi_2 = 20\%$. Să se determine temperatura, umiditatea relativă și absolută, precum și entalpia amestecului.

Pentru $t = 30^\circ \text{C}$: $p_{\text{sat}} = 42,41 \text{ mbari}$ $p_v = \varphi_1 \cdot p_{\text{sat}} = 29,68 \text{ mbari}$

$$x_1 = \frac{0,622 \cdot 29,68}{1013,33 - 29,68} = 0,01876 \text{ kg}_v / \text{kg}_a ;$$

$$i_1 = 30 + 0,01876 (2490 + 1,96 \cdot 30) = 77,66 \text{ kJ} / \text{kg}_a .$$

Pentru $t = 10^\circ \text{C}$: $p_{\text{sat}} = 12,27 \text{ mbari}$; $p_v = 2,454 \text{ mbari}$;

$$x_2 = \frac{0,622 \cdot 2,454}{1013,33 - 2,45} = 0,00151 \text{ kg}_v / \text{kg}_a ;$$

$$i_2 = 10 + 0,00151 (2490 + 1,96 \cdot 10) = 13,79 \text{ kJ} / \text{kg}_a .$$

Raportul dintre debite este: $n = \frac{m_2}{m_1} = 0,5$ și rezultă:

$$i = \frac{i_1 + n \cdot i_2}{1 + n} = \frac{77,66 + 0,5 \cdot 13,79}{1,5} = 56,37 \text{ kJ} / \text{kg}_a ;$$

$$x = \frac{x_1 + n \cdot x_2}{1 + n} = \frac{0,01876 + 0,5 \cdot 0,00151}{1,5} \cdot 10^{-3} = 13 \cdot 10^{-3} \text{ kg}_v / \text{kg}_a .$$

Din ecuația entalpiei medii se obține temperatura t :

$$t = \frac{i - 2490 \cdot x}{1 + 1,96 \cdot x} = \frac{56,37 + 2490 \cdot 0,013}{1 + 1,96 \cdot 0,013} = 23,41^\circ \text{C} , \text{ pentru care}$$

presiunea de saturație este: $p_{\text{sat}} = 28,79 \text{ mbari}$.

Din ecuația umidității absolute rezultă:

$$p_v = \frac{p \cdot x}{0,622 + x} = \frac{1013 \cdot 13 \cdot 10^{-3}}{0,622 + 0,013} = 20,74 \text{ mbari} , \text{ iar umiditatea relativă este:}$$

$$\varphi = \frac{p_v}{p_{\text{sat}}} = \frac{20,74}{28,79} = 0,72 \text{ (72 \%)}$$

CURS 4**METODA EXERGETICĂ DE ANALIZĂ
TERMODINAMICĂ****1.1. Generalități**

Pentru analiza proceselor energetice din instalațiile și mașinile termice termodinamica tehnică recurge la 3 metode:

I – METODA CICLURILOR: se compară $\eta_t, \varepsilon_{IF}, \varepsilon_{PT}$ cu valorile corespunzătoare ciclului Carnot, rezultând pierderea totală de energie datorită ireversibilității ciclului real.

II – METODA POTENȚIALELOR: se bazează pe capacitatea de eliberare a energiei mecanice caracteristice fluxurilor de substanță și energie (se aplică în termodinamica chimică).

III – METODA EXERGETICĂ: caracterizează resursele energetice ale sistemului termodinamic **ST** în condițiile unui mediu exterior dat (p_0, T_0).

EXERGIA (Rant–1953) reprezintă lucrul mecanic maxim l_{max} care se poate transforma în lucru mecanic util, în evoluția **ST** din starea dată până la starea de echilibru cu mediul ambiant. Se întâlnesc următoarele forme de exergie:

a) Exergia fluxului de substanță :

a-1: termomecanică, adică l_{mec} obținut prin trecerea **ST** de la starea (**p, T**) la starea (p_0, T_0).

a-2: chimică, adică l_{mec} obținut prin egalarea potențialelor chimice între componenții **ST** și cei ai mediului ambiant.

b) Exergia fluxului de căldură este acea parte a căldurii care se poate transforma în orice altă formă de energie (deci și l_{mec} util).

c) Exergia radiației: l_{mec} ce se poate obține pe baza energiei radiante (la T_0).

d) Exergia substanței aflate în mediu închis: l_{mec} ce se poate obține când **ST** trece de la starea (**p, T**) la starea (p_0, T_0).

1.2. Exergia căldurii E_Q

Pentru un proces ciclic parcurs de un **ST**, considerând ansamblul **SC** (sursă caldă), **ST**, **SR** (sursă rece-mediul ambiant) ca fiind adiabatic, se poate scrie:

$$\Delta S_{SC} + \Delta S_{MT} + \Delta S_{SR} = 0 \quad (A)$$

Căldura cedată de sursa caldă va fi:

$$Q_{SC} = Q_{12} = \int_1^2 T \cdot ds$$

și este primită de ST care efectuează L_{rev} , adică **exergia căldurii** E_Q :

$$L_{rev} = (E_Q)_{12} = Q_{12} - |Q_{0rev}| = Q_{12} - (A_Q)_{12}$$

$(A_Q)_{12}$ - **energia căldurii** (Rant, 1962), adică acea parte de căldură netransformabilă în lucru mecanic. Variațiile de entropie sunt:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta S_{ST} = 0 \text{ (ST reversibil)} \\ \Delta S_{SC} = - \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \\ \Delta S_{SR} = \Delta S_0 = \frac{|Q_{0rev}|}{T_0} = \frac{(A_Q)_{12}}{T_0} \end{array} \right.$$

Înlocuind în relația (A) rezultă:

$$(A_Q)_{12} = T_0 \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

iar $(E_Q)_{12}$ va fi:

$$L_{rev} = (E_Q)_{12} = Q_{12} - (A_Q)_{12} = \int_1^2 \delta Q - T_0 \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T} \right) \delta Q$$

unde: $\theta_c = 1 - \frac{T_0}{T}$ - **factor exergetic de temperatură**.

Deci:

$$\left\{ \begin{array}{l} (E_Q)_{12} = \int_1^2 \theta_c \cdot \delta Q = \theta_{em} \cdot Q_{12}; \\ (A_Q)_{12} = \int_1^2 (1 - \theta_c) \delta Q = (1 - \theta_{em}) Q_{12}; \end{array} \right.$$

unde: $\theta_{em} = 1 - \frac{T_0}{T_m}$ - **factor exergetic mediu de temperatură**

$$T_m = \frac{Q_{12}}{\Delta S_0} = \frac{q_{12}}{\Delta s_0} - \text{temperatura termodinamică medie}$$

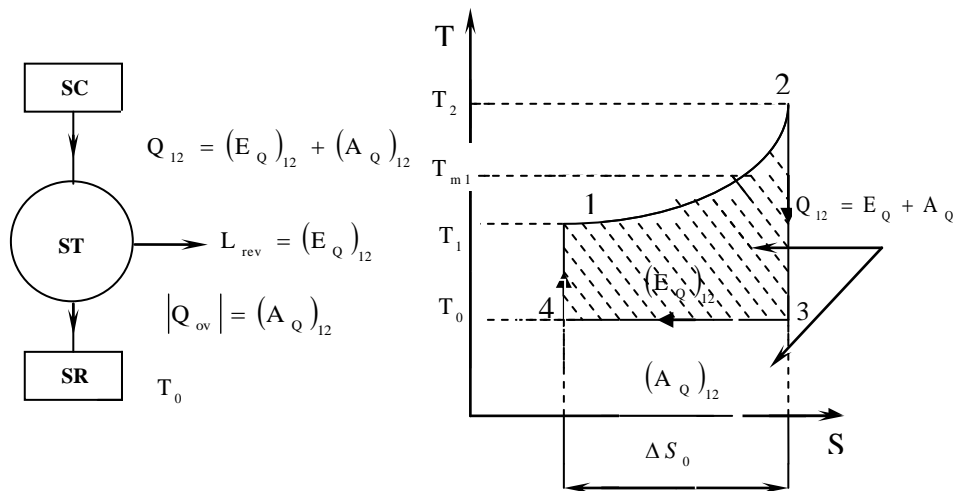


Fig. 10.1. Diagrama T-S: ST direct.

Se deosebesc 2 situații:

I – pentru ST direct (Fig. 10.1, $Q \rightarrow L$), $T > T_0$, $T_{m1} > T_0$:

$$(E_Q)_{12} = \left(1 - \frac{T_0}{T_{m1}}\right) Q_{12} = L_{max} < Q_{12}$$

II – pentru ST inversat (Fig.10.2, $L \rightarrow Q$), $T_{m2} < T_0$:

$$(E_Q)_{12} = \left(1 - \frac{T_0}{T_{m2}}\right) Q_{12} < 0$$

$$|E_{Q_{12}}| = |L_{min}| = \left(\frac{T_0}{T_{m2}} - 1\right) Q_{12} \rightarrow l_{min} \text{ consumat de ST.}$$

$$T_{m2} = \frac{Q_{12}}{\Delta S_0} = \frac{q_{12}}{\Delta s_0}$$

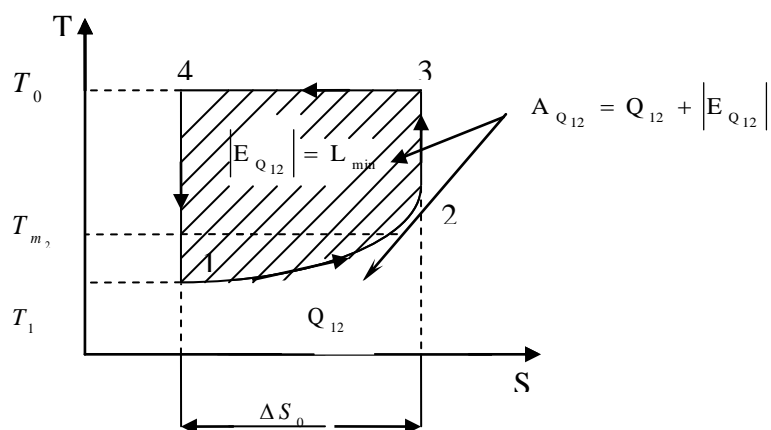


Fig. 10.2 Diagrama T-S: ST inversat.

1.3. Randamentul exergetic

Acest randament arată măsura în care exergia consumată într-un proces termic (E_Q) se regăsește sub formă de efect exergetic util, adică gradul de reversibilitate al unui proces ciclic:

$$\eta_{ex} = \frac{E_u}{E_Q} = \frac{E_Q - \pi}{E_Q} = 1 - \frac{\pi}{E_Q}$$

unde: E_Q - consumul de exergie.

E_u - exergia utilă.

π - pierderile de exergie.

Ecuția de bilanț exergetic este: $E_Q = E_u + \pi$

În Fig.10.3. se prezintă bilanțul exergetic pentru o mașină termică (ST reversibil și ireversibil).

În general, se poate scrie că energia E este:

$$E = E_x + A_n = \text{ct.}$$

Se pot formula astfel cele două principii ale Termodinamicii:

Principiul I: În toate transformările energiei: $E_x + A_n = \text{ct.}$

Principiul al II-lea: în procesele ireversibile exergia se transformă în anergie (anergia nu poate fi transformată în exergie).

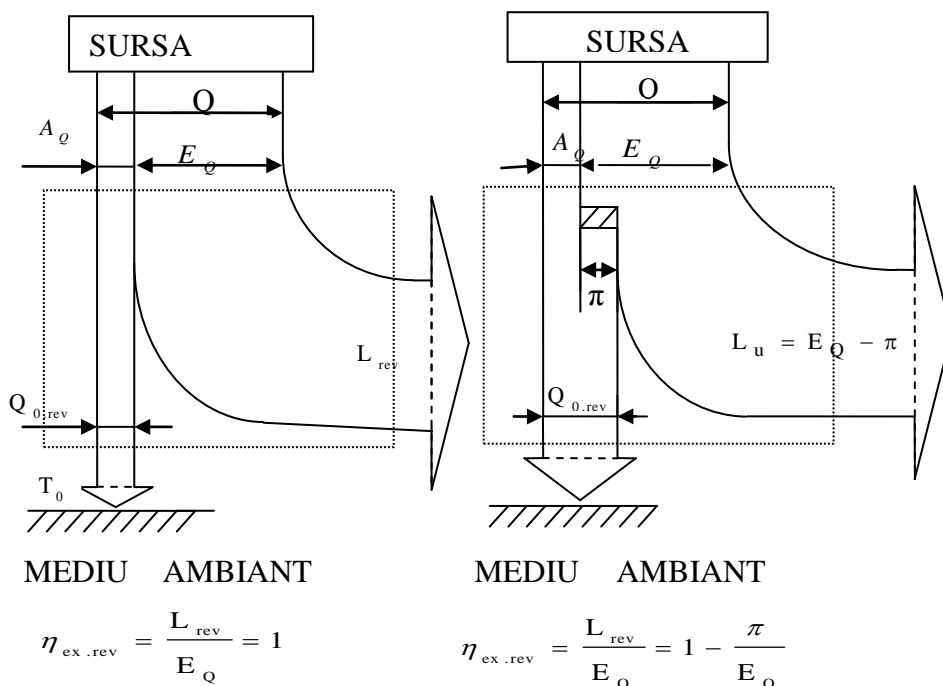


Fig. 10.3 Bilanțul exergetic pentru: a-ST reversibil, b-ST ireversibil.

1.4. Exergia ST deschis în curgere stabilizată (exergie termomecanică)

Se consideră un debit de substanță cu parametrii p_1, i_1, T_1, s_1 care trebuie adus la starea de echilibru cu mediul ambiant (p_0, T_0, i_0, s_0) prin transformări reversibile (adiabată + izotermă), obținându-se $i_{t_{\max}}$ (Fig.10.4). Exergia specifică pentru transformările **1- α , α -0** va fi :

$$e_1 = i_{t_{\max}} = i_{t_{1-\alpha}} + i_{t_{\alpha-0}} = (i_1 - i_\alpha) + T_0 (s_0 - s_\alpha) = \text{Aria}_{a1\alpha 0} > 0$$

Dar: $i_\alpha = i_0, s_\alpha = s_1$ și rezultă:

$$e_1 = (i_1 - i_0) - T_0(s_1 - s_0)$$

sau, în general, se poate scrie: $e = (i - i_0) - T_0(s - s_0)$

$$e = i - [i_0 + T_0(s - s_0)] = i - a$$

unde **a** este **anergia specifică**: $a = i_0 + T_0(s - s_0)$

Rezultă că: $e + a = i = ct.$

Exergia specifică **e** nu depinde de originea de calcul a entalpiei **i** sau a entalpiei **s**, dar anergia **a** depinde de valoarea entalpiei **i₀**.

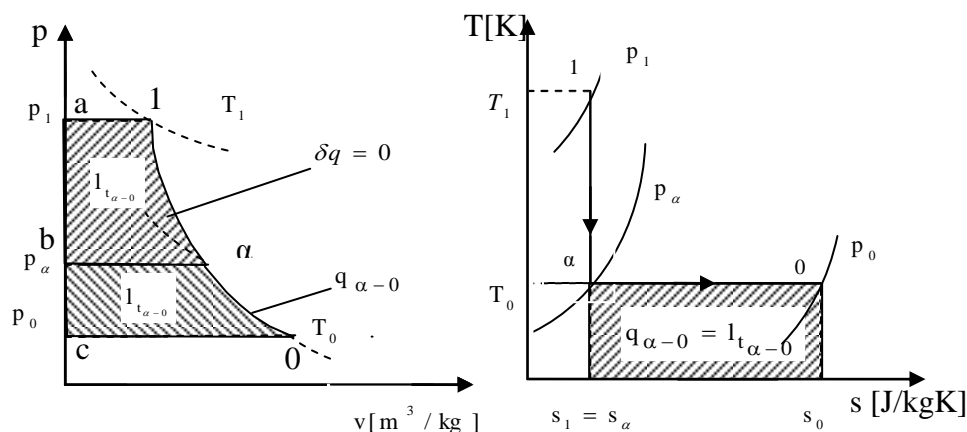


Fig.10.4 . Destinderea gazului: 1- α - destindere adiabată ;
 α - 0 - destindere izotermă.

Variația elementară a exergiei este: $de = di - T_0 \cdot ds$

Dar: $di = c_p \cdot dT$ și $ds = c_p \frac{dT}{T} - \left(\frac{dv}{dT} \right)_p dp = c_p \frac{dT}{T} - r \frac{dp}{p}$

Rezultă:

$$de = \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \cdot c_p \cdot dT + r \cdot T_0 \frac{dp}{p} = de_T + de_p$$

unde: e_T - exergia termică.

e_p - exergia mecanică.

Valoarea exergiei **e** se poate calcula prin integrare:

$$e = e_T + e_p = c_p \int_{T_0}^T \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) dT + r \cdot T_0 \int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = c_p \cdot \theta_{em}(T - T_0) + r \cdot T_0 \cdot \ln \frac{p}{p_0}$$

unde: $\theta_{em} = 1 - \frac{T_0}{T_m}$ - **factor exergetic mediu de temperatură**.

Exergia totală este: $E = m \cdot e$ (J).

Fluxul de exergie: $\dot{E} = \dot{m} \cdot e$ (W).

1.5. Aplicarea metodei exergetice în studiul ciclurilor ireversibile directe

Exergia căldurii (lucrul mecanic maxim) într-un ciclu ireversibil este:

$$E_Q = Q - A_Q = L_{\max C} = L + \Pi_{Q_0} + \sum \Pi_i$$

unde: L – lucrul mecanic obținut într-un ciclu ireversibil.

$\Pi_{Q_0} = |E_{Q_0}|$ - pierderea externă a exergieii căldurii cedate mediului ambiant, deci datorită **ireversibilității externe**.

$\sum \Pi_i$ - pierderi cauzate de ireversibilitatea proceselor interne descrise de ST (frecare, laminare), deci datorită **ireversibilității interne**.

A_Q - anergia căldurii primită de **ST** de la sursa caldă **SC**.

Randamentul exergetic, care arată gradul de ireversibilitate al ciclului, va fi:

$$\eta_{ex} = \frac{L}{E_Q} = 1 - \frac{\sum \Pi_i + \Pi_{Q_0}}{E_Q}$$

Randamentul termic al ciclului este:

$$\eta_t = \frac{L}{Q} = \frac{L}{E_Q} \cdot \frac{E_Q}{Q} = \eta_{ex} \left(\frac{Q - A_Q}{Q} \right) = \eta_{ex} \left(1 - \frac{A_Q}{Q} \right) = \eta_{ex} \cdot \eta_c$$

unde η_c este randamentul ciclului Carnot, care ar funcționa între aceleași limite de temperatură ca și ciclul ireversibil considerat:

$$1 - \frac{A_Q}{Q} = \eta_c = 1 - \frac{T_0}{T_m}$$

Ecuția de bilanț termic este: $Q = L + |Q_0|$

unde: $|Q_0| = A_Q + \Pi_{Q_0} + \sum \Pi_i$

Bilanțul energetic – exergetic este dat în diagrama Sankey (Fig.10.5).

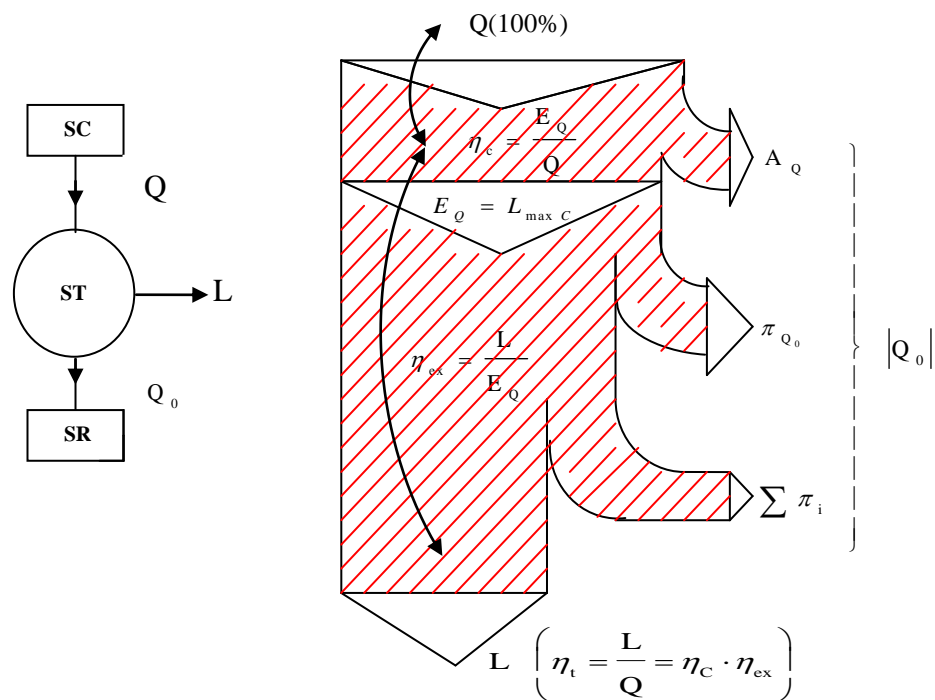


Fig.10.5. Diagrama Sankey.

Dacă se consideră **exergia chimică** a combustibilului E_{cb} ca nivel de referință, se poate scrie:

$$\eta_{ex} = \eta_t \frac{H_i}{e_0}$$

unde: H_i [kJ/kg] - puterea calorică a combustibilului.

e_0 [kJ/kg] - exergia chimică specifică a combustibilului.

Randamentul exergetic mai poate fi exprimat astfel:

$$\eta_{ex} = \frac{L}{E_{cb}} = \frac{L}{E_Q} \cdot \frac{E_Q}{E_{cb}} = \eta_{ex \text{ ciclu}} \cdot \eta_{ex \text{ ardere}} = \eta_t \cdot \frac{H_i}{e_0}$$

unde: $E_{cb} = m_{cb} \cdot e_0$ - exergia chimică a combustibilului.

m_{cb} - masa combustibilului.

1.6. APLICATII

Problema 1 Să se determine variația exergiei specifice a unui gaz ideal, cu $M = 32 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$ și $\gamma = 1,4$, care execută o destindere izentropică de la $p_1=5$ bari și $t_1=300$ °C până la $p_2=1,5$ bari. Parametrii aerului exterior sunt: $p_0 = 1 \text{ bar}$, $t_0 = 15$ °C.

Variația exergiei pentru transformarea fără schimb de căldură este:

$$\Delta E = E_1 - E_2 = (I_1 - I_2) - T_0(S_1 - S_0)$$

care, pentru o transformare izentropică a gazului ideal ($s_1 = s_2$), are forma:

$$E_1 - E_2 = I_1 - I_2 = m \cdot c_p (T_1 - T_2)$$

Se calculează :

$$r = \frac{R}{M} = \frac{8314}{32} = 259,8 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} ; c_p = \frac{\gamma \cdot r}{\gamma - 1} = \frac{1,4 \cdot 259,8}{0,4} = 909,3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{grd}}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)} = 473 \left(\frac{1,5}{5} \right)^{\frac{0,4}{1,4}} = 406,2 \text{ K}$$

Variația exergiei specifice:

$$e_1 - e_2 = c_p (T_1 - T_2) = 909,3 \cdot 10^{-3} (573 - 406,2) = 151,7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Problema 2 Să se studieze, din punct de vedere energetic și exergetic, compresia **1-2** dintr-un compresor, în care se comprimă aer din exterior cu $p_1 = p_0 = 1 \text{ bar}$ și $t_1 = t_0 = 20$ °C până la $p_2 = 5 \text{ bari}$, exponentul compresiei politropice fiind $n = 1,43$, în ipotezele în care compresia este:

Adiabată cu frecare.

Politropă reversibilă.

Să se traseze diagramele fluxurilor energetice și exergetice.

Pentru aer: $r = 287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$ și $\lambda = 1,4$.

Căldurile specifice sunt:

$$c_v = \frac{r}{\gamma - 1} = \frac{287}{0,4} = 717,5 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$$

$$c_p = \gamma \cdot c_v = 1,4 \cdot 717,5 = 1004,5 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$$

$$c_n = c_v \cdot \frac{n - \gamma}{n - 1} = 717,5 \cdot \frac{1,43 - 1,4}{0,43} = 50,06 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$$

Temperatura de la sfârșitul compresiei izentropice:

$$T_{2t} = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 293 \left(\frac{5}{1} \right)^{\frac{0,4}{1,4}} = 464,1 \text{ K}$$

Temperatura de la sfârșitul compresiei de exponent $n = 1,43$:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = 293 \left(\frac{5}{1} \right)^{\frac{0,43}{1,43}} = 475,4 \text{ K}$$

Adiabata cu frecare.

Lucru mecanic tehnic ideal (1-2t):

$$l_t = l_{id} = (i_1 - i_{2t}) = c_p (T_1 - T_{2t}) = 1004,5 (293 - 461,1) = -1,689 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$$

Lucrul mecanic tehnic real (comprimare cu frecare):

$$l_r = (i_1 - i_2) = c_p (T_1 - T_2) = 1004,5 (293 - 475,4) = -1,832 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$$

$$l_r = l_{disp} = -183,2 \text{ kJ/kg}$$

Randamentul adiabatic al compresiei:

$$\eta_{ad} = \frac{l_t}{l_r} = \frac{i_1 - i_{2t}}{i_1 - i_2} = \frac{1,689}{1,832} \cdot 100 = 92,2\%$$

Calculul exergetic:

$$l_{disp} = (e_1 - e_2) - T_0 \cdot \Delta s_v, \text{ unde } e_1 = 0$$

$$e_2 = (i_2 - i_0) - T_0 (s_2 - s_0)$$

$$i_2 - i_0 = c_p (T_2 - T_0) = 1004,5 (475,4 - 293) = 1,832 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$$

Așadar: $e_2 = 1,832 \cdot 10^5 - 7,099 \cdot 10^3 = 1,761 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$

Căldura de frecare q_f :

$$q_f = c_n (T_2 - T_1) = 50,06 (475,4 - 293) = 9,131 \cdot 10^3 \text{ J/kg} = T_0 \cdot \Delta s_v$$

și variația ireversibilă a entropiei mediului exterior:

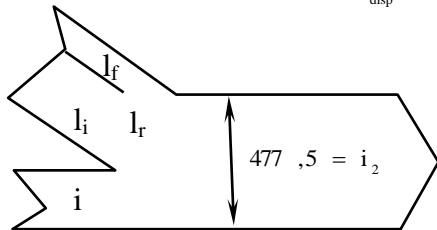
$$\Delta s_v = \frac{q_f}{T_0} = \frac{9,131 \cdot 10^3}{293} = 31,16 \text{ J/kgK}$$

$$l_{\text{disp}} = -1,761 \cdot 10^5 - 9,131 \cdot 10^3 = -1,852 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$$

Rezultă o diferență de numai 2 kJ/kg față de valoarea găsită prin calculul anterior.

Randamentul exergetic:

$$\eta_{\text{ex}} = \frac{e_2 - e_1}{l_{\text{disp}}} = \frac{176,1}{185,2} \cdot 100 = 95,1\%$$



Fluxul energetic

Pentru fluxul energetic:

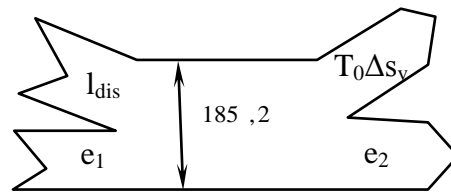
$$i_1 = c_p \cdot T_1 = 1,0045 \cdot 293 = 294,3 \text{ kJ/kg}$$

$$i_2 = c_p \cdot T_2 = 1,0045 \cdot 475,4 = 477,5 \text{ kJ/kg}$$

$$l_r = 183,2 \text{ kJ/kg};$$

$$q_f = l_f = 9,131 \text{ kJ/kg};$$

$$l_{\text{id}} = 168,9 \text{ kJ/kg}$$



Fluxul exergetic

Pentru fluxul exergetic:

$$e_1 = 0$$

$$e_2 = 176,1 \text{ kJ/kg}$$

$$l_{\text{disp}} = 185,2 \text{ kJ/kg}$$

$$T_0 \cdot \Delta s_v = 9,131 \text{ kJ/kg}$$

Politropa reversibilă

Lucrul mecanic politropic:

$$l_{\text{pol}} = \frac{n}{n-1} \cdot r(T_1 - T_2) = \frac{1,43}{0,43} \cdot 287 (293 - 475,4) = -1,741 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$$

Schimbul de căldură prin incintă:

$$q_{\text{pol}} = c_n (T_2 - T_1) = 50,06 (475,4 - 293) = 9,131 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$$

Entalpiile finale și inițiale:

$$i_1 = c_p \cdot T_1 = 294,3 \text{ kJ/kg} ; i_2 = 477,5 \text{ kJ/kg}$$

Lucrul mecanic disponibil:

$$l_{\text{disp}} = l_{\text{rev}} = q_{\text{pol}} - (i_2 - i_1) = 9,313 - (477,5 - 294,3) = -173,9 \text{ kJ/kg}$$

Bilanțul energetic:

$$i_1 + l_{12} + q_{12} = i_2 \Leftrightarrow 294,3 + 174,1 + 9,3 = 477,5 \text{ (diferență de } 0,2 \text{ kJ/kg)}$$

Calculul exergetic:

$$e_1 = 0 ; e_2 = 176,1 \text{ kJ/kg}$$

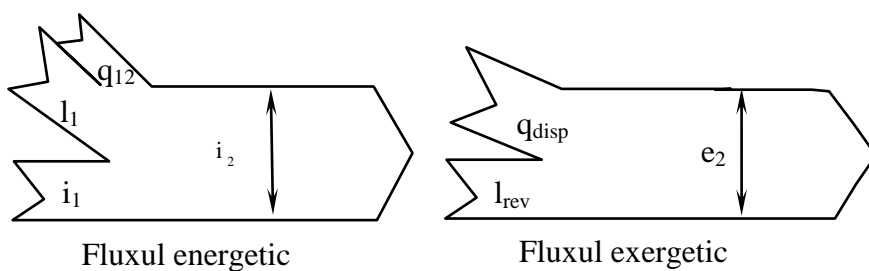
Căldura disponibilă este:

$$q_{\text{disp}} = \int_1^2 \frac{T - T_0}{T} \partial q = q_{12} - T_0 (s_2 - s_1) = 9,13 - 7,1 = 2 \text{ kJ/kg}$$

Bilanțul exergetic este:

$$l_{\text{rev}} + q_{\text{disp}} = e_2 \Leftrightarrow 174,1 + 2 = 176,1 \text{ kJ/kg}$$

Fluxurile energetice și exergetice sunt ilustrate în continuare:



Fluxul energetic:

$$i_1 = 294,3 \text{ kJ/kg}$$

$$i_2 = 477,5 \text{ kJ/kg}$$

$$l_{12} = 174,1 \text{ kJ/kg}$$

$$q_{12} = 9,3 \text{ kJ/kg}$$

Fluxul exergetic:

$$e_1 = 0$$

$$e_2 = 176,1 \text{ kJ/kg}$$

$$l_{\text{disp}} = 174,1 \text{ kJ/kg}$$

$$q_{\text{disp}} = 2 \text{ kJ/kg}$$

Problema 3 Să se analizeze, din punct de vedere energetic și exergetic, destinderea politropică cu frecare a unui gaz ideal ($M = 28 \text{ kg/kmol}$; $\gamma = 1,4$). Gazul se destinde de la $p_1 = 10$ bari și $t_1 = 400^\circ\text{C}$ până la $p_2 = 1,5$ bari. Exponentul politropei este $n = 1,35$, iar în lipsa frecării exponentul ar fi $n_1 = 1,38$.

Parametrii mediului exterior sunt: $p_0 = 1$ bar; $t_0 = 20^\circ\text{C}$.

Parametrii caracteristici ai gazului sunt:

$$r = \frac{R}{M} = \frac{8314}{28} = 296,9 \text{ J/kgK}$$

$$c_p = \frac{\gamma \cdot r}{\gamma - 1} = \frac{1,4 \cdot 296,9}{0,4} = 1039 \text{ J/kg} \cdot \text{grd}$$

$$c_v = \frac{c_p}{\gamma} = \frac{1039}{1,4} = 742,3 \text{ J/kg} \cdot \text{grd}$$

a. Analiza energetică

Temperatura finală T_2 este: $T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = 673 \left(\frac{1,5}{10} \right)^{0,35} = 411,5 \text{ K}$

Temperatura gazului la sfârșitul destinderii fără frecare:

$$T_2' = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n_1-1}{n_1}} = 673 \left(\frac{1,5}{10} \right)^{1,38} = 399,2 \text{ K}$$

Căldura introdusă prin incintă este:

$$q_{\text{rev}} = c_v \cdot \frac{n_1 - \gamma}{n_1 - 1} (T_2 - T_1) = 742,3 \frac{1,38 - 1,4}{0,38} (399,2 - 673) 10^{-3} = 10,7 \text{ kJ/kg}$$

Căldura totală primită de gaz este:

$$q_{12} = q_i = q_{\text{rev}} + q_f = c_v \frac{n - \gamma}{n - 1} (T_2 - T_1) = 742,3 \frac{1,35 - 1,4}{0,35} (411,5 - 673) 10^{-3} = 27,73 \text{ kJ/kg}$$

Căldura primită prin frecare este:

$$q_f = q_i - q_{\text{rev}} = 27,73 - 10,7 = 17,03 \text{ kJ/kg}$$

Lucrul mecanic politropic corespunzător exponentului real n este:

$$l_{\text{id}} = \frac{n}{n - 1} r (T_1 - T_2) = \frac{1,35}{0,35} 296,9 (673 - 411,5) 10^{-3} = 299,5 \text{ kJ/kg}$$

Lucru mecanic real:

$$l_r = l_{\text{id}} - q_f = 299,5 - 17,03 = 282,5 \text{ kJ/kg}$$

Lucrul mecanic al politropei fără frecare:

$$l_{\text{rev}} = \frac{n_1}{n_1 - 1} r (T_1 - T_2) = \frac{1,38}{0,38} 296,9 (673 - 399,2) 10^{-3} = 295,2 \text{ kJ/kg}$$

Se observă că $l_r < l_{\text{rev}}$.

Entalpia inițială i_1 și entalpia finală i_2 sunt:

$$i_1 = c_p \cdot T_1 = 1,039 \cdot 673 = 699,3 \text{ kJ/kg}$$

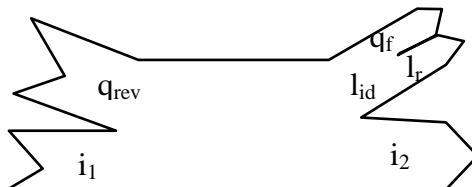
$$i_2 = c_p \cdot T_2 = 1,039 \cdot 411,5 = 427,5 \text{ kJ/kg}$$

Bilanțul energetic poate fi scris sub forma:

$$i_1 + q_{\text{rev}} = i_2 + l_r = i_2 + l_{\text{id}} - q_f \Leftrightarrow 699,3 + 10,7 = 427,5 + 282,5 \text{ kJ/kg}$$

Randamentul destinderii:

$$\eta_n = \frac{l_r}{l_{\text{rev}}} = \frac{282,5}{295,2} 100 = 95,7\%$$



b. Analiza exergetică

Exergia inițială e_1 : $e_1 = (i_1 - i_0) - T_0(s_1 - s_0)$

unde: $i_0 = c_p \cdot T_0 = 1,039 \cdot 293 = 304,4 \text{ kJ/kg}$

$$T_0(s_1 - s_0) = r \cdot T_0 \cdot \ln\left(\frac{p_3}{p_0}\right)$$

iar: $p_3 = p_1 \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 10 \left(\frac{293}{673}\right)^{0,4} = 0,5445 \text{ bari}$

$$T_0(s_1 - s_0) = 0,2969 \cdot 293 \cdot \ln \frac{1}{0,5445} = 52,88 \text{ kJ/kg}$$

$$e_1 = (699,3 - 304,4) - 52,88 = 342,0 \text{ kJ/kg}$$

Exergia finală e_2 : $e_2 = (i_2 - i_0) - T_0(s_2 - s_0)$

$$T_0(s_2 - s_0) = r \cdot T_0 \cdot \ln\left(\frac{p_3}{p_0}\right)$$

$$p_3 = p_2 \left(\frac{T_0}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 1,5 \left(\frac{293}{411,5}\right)^{0,4} = 0,4569 \text{ bari}$$

$$T_0(s_2 - s_0) = 0,2969 \cdot 293 \cdot \ln \frac{0,4569}{1} = -68,14 \text{ kJ/kg}$$

$$e_2 = (427,5 - 304,4) - 68,14 = 54,96 \text{ kJ/kg}$$

Variația entropiei politropei reale:

$$s_2 - s_1 = c_v \cdot \frac{n - \gamma}{n - 1} \ln \frac{T_2}{T_1} = 0,7423 \frac{1,35 - 1,4}{0,35} \ln \frac{411,5}{673} = 0,05217 \text{ kJ/kgK}$$

Variația ireversibilă a entropiei specifice sursei reci datorită frecării:

$$\Delta s_v = \frac{q_f}{T_0} = \frac{17,03}{293} = 0,05812 \text{ kJ/kgK} ; (T_0 \cdot \Delta s_v = q_f)$$

Exergia schimbului de căldură:

$$q_{disp} = \int_1^2 \frac{T - T_0}{T} \partial q = q_{12} - T_0(s_2 - s_1) = 27,73 - 293 \cdot 0,05217 = 12,44 \text{ kJ/kg}$$

Lucrul mecanic disponibil este:

$$I_{\text{disp}} = (e_1 - e_2) + q_{\text{disp}} - T_0 \cdot \Delta s_v = (342,0 - 54,96) + 12,44 - 17,03 = 282,5 \text{ kJ/kg}$$

Se constată că valoarea lui I_{disp} este aceeași cu valoarea lui I_r calculată prin metoda anterioară.

Bilanțul exergetic:

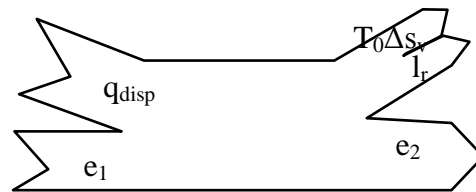
$$e_1 = 342,0 \text{ kJ/kg}$$

$$e_2 = 54,96 \text{ kJ/kg}$$

$$q_{\text{disp}} = 12,44 \text{ kJ/kg}$$

$$T_0 \cdot \Delta s_v = 17,03 \text{ kJ/kg}$$

$$I_{\text{disp}} = 282,5 \text{ kJ/kg}$$



CURS 5

COMBUSTIBILII. ARDEREA COMBUSTIBILILOR

1.1. Generalități; caracteristicile combustibililor

Ponderea diverselor surse de energie pe plan mondial este:

- Petrol: 30%
- Cărbune și derivați: 30%
- Gaze naturale: 13%
- Energie nucleară: 12%
- Energie hidroelectrică: 5%
- Energie solară: 5% (SUA 12%)
- Bioenergie+alte surse: 5%.

Căldura din procesele termice se obține, în general, prin arderea combustibililor.

Prin **ardere** se înțelege un proces de oxidare rapidă **exotermică** a substanțelor combustibile.

Prin **combustibil** se înțelege substanța combustibilă care este destinată arderii pentru a se obține căldură utilizabilă.

Prin **comburant** se înțelege substanța care furnizează oxigenul necesar arderii combustibilului. În procesul de ardere substanțele combustibile reacționează exotermic cu oxigenul formând oxizi. Pentru ca o substanță combustibilă să poată fi utilizată drept combustibil trebuie să îndeplinească condițiile:

- Compușii săi de ardere nu trebuie să atace pereții camerei de ardere;
- Să poată fi aprins cu ușurință, dar să nu prezinte pericol la manipulare prin autoaprindere necontrolată sau explozii;
- Să se găsească în cantitate suficientă;
- Prin ardere să elibereze o cantitate cât mai mare de căldură la o temperatură cât mai înaltă;
- Reziduurile solide ale arderii (cenușa) să nu înfunde rapid orificiile de intrare a comburantului;
- Să aibă preț de cost scăzut;
- Să nu aibă utilizări mult mai economice ca materie primă utilizată în alte ramuri industriale; această condiție este foarte greu de îndeplinit în

economia modernă, deoarece din combustibilii actuali se pot obține produse mai valoroase prin prelucrare fizico-chimică.

Condițiile de mai sus sunt îndeplinite de substanțele organice în compoziția cărora intră: carbon, hidrogen și sulf (**C**, **H₂**, **S**). Pe lângă aceste elemente combustibile în compoziția combustibililor naturali și artificiali intră și substanțe necombustibile, denumite **balast**, care absoarb căldură de la produsele formate prin ardere și provoacă astfel scăderea temperaturii de ardere. O parte din balastul combustibilului se prezintă sub stare gazoasă (O₂, N₂, umiditate), care se amestecă cu oxizii gazoși, formând **gazele de ardere** sau **gazele arse**, iar o parte din balast rămâne în stare solidă (cenușa) care se depune în camera de ardere. Pentru scrierea ecuațiilor de ardere este necesară cunoașterea compoziției combustibilului, care se poate determina prin analiză de laborator. Compoziția combustibilului solid sau lichid este indicată de obicei prin participația masică a componentelor exprimată în:

$$\left[\frac{\text{kg} \cdot \text{component}}{\text{kg} \cdot \text{comb}} \right]$$

Participațiile componentelor pentru combustibili gazoși sunt exprimate în :

$$\left[\frac{\text{Nm}^3}{\text{Nm}^3 \cdot \text{comb}} \right] \text{ sau } \left[\frac{\text{kmoli}}{\text{kmol} \cdot \text{comb}} \right]$$

Notând **participațiile masice** prin simbolurile chimice ale componentelor, compoziția unui combustibil solid sau lichid se exprimă sub forma:

$$c + s + h + o + n + u + a = 1 \text{ kg}$$

sau : $c\% + s\% + h\% + o\% + n\% + u\% + a\% = 100 \text{ kg}$

Denumirea de **analiză elementară** este convențională, deoarece umiditatea **u** și cenușa **a** nu sunt elemente chimice. Analiza elementară a combustibililor solizi și lichizi este o operație foarte laborioasă și necesită aparatură specializată.

Analiza imediată este o analiză simplificată și în prima operație se elimină umiditatea. Această umiditate poate fi considerată ca **umiditate liberă** sau **umiditate de constituție** (legată de constituția moleculei de combustibil).

Umiditatea liberă (externă) poate fi înlăturată prin uscarea combustibilului în aer la temperatură obișnuită atmosferică sau prin încălzire în spațiu închis la $t = 102^\circ \div 105^\circ \text{C}$.

Dacă se analizează 1kg de combustibil solid, după înlăturarea umidității **U** rămâne **substanța uscată**, notată convențional cu **R**: $R = 1 - U$ (kg)

Încălzind substanța uscată în spațiu închis și în lipsa oxigenului până la temperaturi de $870^{\circ}\div 900^{\circ}\text{C}$, vor distila substanțele volatile, notate convențional cu **V**, formate din hidrocarburi și compuși ai sulfului; ceea ce rămâne după distilarea substanțelor volatile este **cocsul**, un amestec de carbon și cenușă. Operația de **cocsificare** este reprezentată prin relația:

$$R-V=(C+A) \text{ (kg)}$$

unde: C(kg) – cantitatea de carbon fix; A(kg) – cantitatea de cenușă.

Prin arderea în aer a cocsului obținut arde carbonul din cocs (carbonul fix) și rămâne cenușa în spațiul de probă, cenușa fiind formată din compuși minerali:

$$(C+A)-C=A \text{ (kg)}$$

Prin **analiza imediată** se obțin participațiile masice pentru: umiditatea (**u**), Substanțe volatile (**v**), Carbonul fix (**c**), Cenușă (**a**).

Pentru a determina compoziția elementară a combustibilului trebuie analizate și substanțele volatile **V** în componența cărora intră: restul de carbon, hidrogenul, sulful, oxigenul și azotul.

Carbonul total al combustibilului este format din carbonul fix și din carbonul conținut în substanțele volatile.

Hidrogenul se poate găsi în substanțe volatile cât și în apa de cristalizare (dacă există).

Oxigenul poate fi în apa de cristalizare și în compușii oxizi ai carbonului (CO_2 , CO).

Sulful se găsește în hidrogenul sulfurat (H_2S). Conținutul de sulf în combustibil este dăunător, deoarece poate conduce la formarea acidului sulfuric care atacă elementele metalice ale camerelor de ardere.

Combustibilii pot fi: solizi (huilă, lignit, antracit), Lichizi (petrol și derivatele sale), Gazoși (naturali sau artificiali).

Gazul combustibil cel mai utilizat este gazul metan, în care metanul are cea mai mare participație. La gazele artificiale compoziția poate fi formată din: metan (CH_4), etilenă (C_2H_4), hidrogen (H_2), oxid de carbon (CO), precum și din componenții necombustibili (balast) cum sunt: CO_2 , N_2 , O_2 , vapori de apă.

1.2. Puteri calorice și măsurarea lor

Prin **putere calorică** a unui combustibil se înțelege căldura eliberată prin arderea completă a unității de cantitate de combustibil. Pentru puterea calorică se folosește notația **H** și unitățile de măsură:

- $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ – pentru combustibili solizi și lichizi;

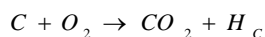
- $\frac{\text{kJ}}{\text{Nm}^3}$ – pentru combustibili gazoși;

- $\frac{\text{kJ}}{\text{kmol}}$ - pentru orice tip de combustibil, dacă se cunoaște masa molară (**M**).

În timpul arderii componentii care ard degajă căldură, în timp ce balastul absoarbe căldură și scade temperatura la care are loc arderea.

Scriind ecuațiile de ardere pentru 1 kmol de C, S, H₂, se obține:

$$\left(M_c = 12 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} ; M_s = 32 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} ; M_{H_2} = 2 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right)$$



$$H_c = 406300 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol}} \cdot C = \frac{406300}{12} = 33860 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot C$$

$$S + O_2 \rightarrow SO_2 + H_s ; H_s = 296200 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol}} \cdot S = \frac{296200}{32} = 9256 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot S$$

$$H_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow H_2O + H_{H_2} ; H_{H_2} = 286500 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol}} = \frac{286500}{2} = 143250 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot H_2$$

Se observă că H_{H_2} este de peste **4 ori** mai mare decât H_c .

Prin arderea completă a **c** kg de C, **h** kg de H₂ și a **s** kg de S se obțin

$$\text{căldurile: } \begin{cases} Q_c = c \cdot H_c \text{ (kJ)} \\ Q_h = h \cdot H_{H_2} \text{ (kJ)} \\ Q_s = s \cdot H_s \text{ (kJ)} \end{cases}$$

Pentru un combustibil format din elementele combustibile H₂, C, S, puterea calorică nu se poate calcula cu relația $H = \sum H_i$, deoarece componentii nu formează un amestec, ci sunt prezenți sub formă de combinații chimice.

Pentru măsurarea puterilor calorice se folosesc măsurători de laborator; datele obținute se vor înlocui în relații empirice deduse tot experimental.

Procedeul este următorul: în aparatul de măsură este arsă o cantitate bine determinată de combustibil, căldura gazelor arse fiind preluată de un fluid de răcire (apa). Se măsoară creșterea de temperatură pentru fluidul de răcire. Scriind o ecuație de bilanț termic rezultă puterea calorică.

Dacă gazele arse sunt răcite, vaporii de apă rezultați prin arderea hidrogenului se depun sub formă de condens, căldura de condensare fiind:

$$Q_{\text{cond}} = g \cdot r \text{ (kJ)}$$

unde:

r – căldura de condensare $\left(r = 2508 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right)$.

$g \left(\frac{\text{kg}}{\text{kg} \cdot \text{comb}} \right)$ – cantitatea de condensat.

Se deosebesc două puteri calorice:

H_s – puterea calorică superioară;

H_i – puterea calorică inferioară.

$$H_i = H_s - Q_{\text{cond}} = H_s - g \cdot r$$

În gazele arse se deosebesc doi componenți: gaze uscate și gaze umede (vapori de apă).

Atât timp cât pe parcursul răcirii gazelor arse nu se atinge temperatura punctului de rouă (t_r), apa rămâne în stare de vapori.

Prin **putere calorică superioară** (H_s) se înțelege cantitatea totală de căldură degajată prin arderea completă a unității de cantitate de combustibil; se măsoară prin răcirea gazelor arse până la temperatura de 0°C sau până la temperatura atmosferică ambiantă.

Prin **putere calorică inferioară** (H_i) se înțelege căldura degajată prin arderea unității de cantitate de combustibil, fără a se lua în considerare căldura de condensare a umidității din gazele de ardere; se măsoară prin răcirea gazelor arse până la temperatura punctului de rouă (t_r), dar fără apariția condensatului.

Pentru calculul puterii calorice inferioare (H_i) se folosesc relații empirice deduse experimental; aceste relații implică cunoașterea compoziției elementare a combustibilului. De exemplu, pentru combustibili lichizi rezultați prin distilarea petrolului, se poate folosi ecuația empirică Dulong – Petit:

$$H_i = 33860 \cdot c + 117000 \left[h - \frac{o}{8} \right] + 10450 \cdot s - 2508 \cdot u \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right].$$

unde: c, h, o, s, u $\left[\frac{\text{kg} \cdot \text{comp}}{\text{kg} \cdot \text{comb}} \right]$ sunt participațiile masice pentru C, H₂, O₂, S, H₂O.

În cazul combustibililor gazoși, formați dintr-un amestec de gaze combustibile, puterile calorice se determină cu relațiile:

$$\begin{cases} H_i = v_1 \cdot H_{i1} + v_2 \cdot H_{i2} + \dots = \sum v_j \cdot H_{ij} \\ H_S = \sum v_j \cdot H_{sj} \end{cases}$$

v_j - participațiile componentelor din amestec $\left(\frac{\text{Nm}^3 \cdot \text{comp}}{\text{Nm}^3 \cdot \text{comb}} \right)$,

iar $\sum v_j = 1$. Balastul gazos (CO₂, N₂, O₂) nu participă la calculul puterilor calorice de mai sus. Puterile calorice ale combustibililor solizi și lichizi grei se determină în laborator cu ajutorul **bombei calorimetrice**, iar ale combustibililor gazoși și lichizi volatili cu **calorimetrul JUNKERS**.

Ambele metode de măsurare presupun cântărirea sau contorizarea cantității de combustibil arse, gazele de ardere ale combustibilului provocând creșterea temperaturii unui fluid de răcire. Scriind ecuația de bilanț caloric rezultă puterea calorică superioară.

1.3. Ecuațiile stoichiometrice de ardere în oxigen pentru componentii combustibili

Cantitatea de oxigen necesară oxidării complete a combustibilului se numește **oxigen teoretic**, **oxigen minim** sau **oxigen stoichiometric**.

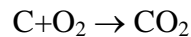
Dacă în camera de ardere s-ar introduce mai mult oxigen decât oxigenul stoichiometric, atunci oxigenul excedentar nu găsește substanță cu care să intre în reacție și se elimină în atmosferă odată cu oxizii formați, așadar gazul de ardere are un caracter oxidant. Dacă s-ar introduce oxigen mai puțin decât oxigenul stoichiometric, atunci nu toată cantitatea de combustibil arde și ce nu arde se elimină în atmosferă odată cu oxizii formați. În cazul arderii în exces de oxigen, surplusul de oxigen absoarbe căldură de la oxidul format, iar în cazul arderii incomplete nu se eliberează întreaga cantitate de căldură de la combustibil.

Ecuația chimică de ardere în cantitate strict necesară de oxigen este denumită **ecuația stoichiometrică de ardere în oxigen**.

Cu ajutorul acestor ecuații se pot determina ecuațiile de ardere în condițiile date, aflându-se oxigenul stoichiometric și oxizii formați.

Arderea carbonului

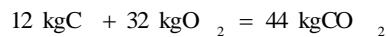
Reacția de ardere pentru **o moleculă** de carbon este:



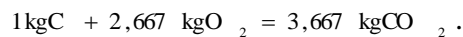
Pentru 1 kmol de carbon reacția se scrie (1 kmol are N_A molecule):



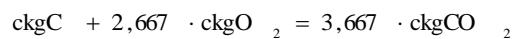
Știind că: 1 kmol $O_2 = 32 \text{ kg}$ și 1 kmol $CO_2 = 44 \text{ kg}$, reacția se scrie în kg:



iar pentru 1 kgC:



Obs. Numai ecuația scrisă în **kg** este o ecuație propriu-zisă (în care s-a pus semnul =); în celelalte expresii nu se pune semnul egal, deoarece o moleculă de carbon care reacționează cu o moleculă de oxigen duce la formarea unei singure molecule de bioxid de carbon (**proces contractiv**). Dacă se arde o cantitate **c** de kg C, ecuația se scrie:



Oxigenul teoretic (stoichiometric) va fi:

$$O_{2t} = \frac{1 \text{ kmol } O_2}{1 \text{ kmol } C} = 2,667 \text{ Kg } O_2 / \text{kg } C = 1,868 \text{ Nm}^3 O_2 / \text{kg } \cdot C$$

Cantitatea de CO_2 va fi:

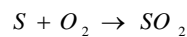
$$(CO_2) = \frac{1 \text{ kmol } CO_2}{1 \text{ kmol } C} = 3,667 \text{ kg } CO_2 / \text{kg } C = 1,868 \text{ Nm}^3 CO_2 / \text{kg } C$$

Transformările de unități se fac ținând cont de faptul că la 1 kmol corespund:

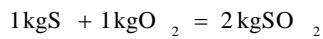
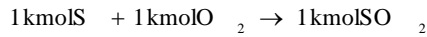
$$\begin{cases} M \text{ (kg)} \\ V_M = 22,4 \text{ Nm}^3 \end{cases}$$

Arderea sulfului

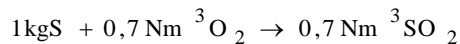
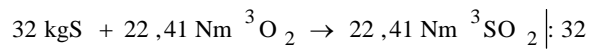
Pentru o moleculă de sulf:



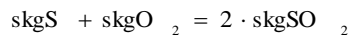
Reacția de ardere a unui **kmol** de sulf:



Dacă se exprimă gazele în Nm^3 se obține:



Pentru arderea a s kg de sulf se scrie:



Oxigenul teoretic este:

$$O_{2t} = \frac{1 \text{ kmolO}_2}{1 \text{ kmolS}} = \frac{1 \text{ kgO}_2}{1 \text{ kgS}} = \frac{0,7 \text{ Nm}^3 \text{O}_2}{\text{kgS}}$$

Cantitatea de bioxid de sulf:

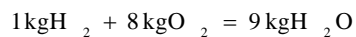
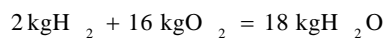
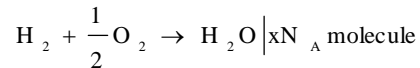
$$(SO_2) = \frac{1 \text{ kmolSO}_2}{1 \text{ kmolS}} = \frac{2 \text{ kgSO}_2}{1 \text{ kgS}} = \frac{0,7 \text{ Nm}^3 \text{SO}_2}{\text{kgS}}$$

Arderea hidrogenului

Hidrogenul poate intra atât în compoziția combustibililor solizi și lichizi, sub formă de combinații, cât și în compoziția amestecurilor gazoase.

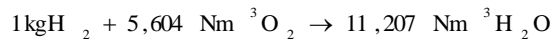
Reacțiile de ardere stoichiometrică în oxigen vor fi:

Pentru o moleculă:

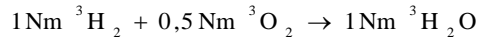
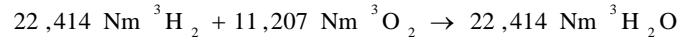


Pentru cazul în care participația h a hidrogenului este exprimată în

$$\frac{\text{kgH}_2}{\text{kg} \cdot \text{comb}} : 2 \text{ kgH}_2 + 11,207 \text{ Nm}^3 \text{O}_2 \rightarrow 22,414 \text{ Nm}^3 \text{H}_2O \quad | : 2$$



Pentru hidrogen drept un component gazos se scrie:



Se observă că ecuațiile scrise în **Nm³** și **kmoli** au aceeași coeficienți.
Pentru **h** kg de hidrogen ecuația de ardere este:



Oxigenul teoretic:

$$O_{2t} = 0,5 \frac{\text{kmoliO}_2}{\text{kmolH}_2} = 8 \frac{\text{kgO}_2}{\text{kgH}_2} = 5,604 \frac{\text{Nm}^3}{\text{kg} \cdot \text{H}_2\text{O}} = 0,5 \frac{\text{Nm}^3 \text{O}_2}{\text{Nm}^3 \text{H}_2}$$

Iar oxidul format (vapori de apă) este:

$$(\text{H}_2\text{O}) = 1 \frac{\text{kmolH}_2\text{O}}{\text{kmolH}_2} = 9 \frac{\text{kgH}_2\text{O}}{\text{kgH}_2} = 11,207 \frac{\text{Nm}^3 \text{H}_2\text{O}}{\text{kgH}_2} = 1 \frac{\text{Nm}^3 \text{H}_2\text{O}}{\text{Nm}^3 \text{H}_2}$$

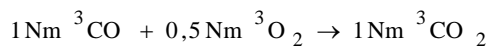
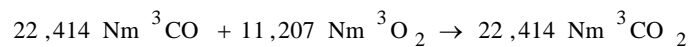
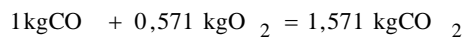
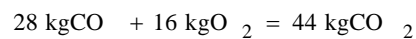
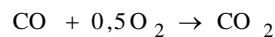
În rezumat, dacă într-un combustibil solid sau lichid participațiile elementelor combustibile vor fi: **c**, **s**, **h** $\left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right)$, atunci oxigenul teoretic total va fi:

$$O_{2t} = 2,667 \cdot c + 1 \cdot s + 8 \cdot h \left(\frac{\text{kgO}_2}{\text{kg} \cdot \text{comb.}} \right)$$

iar cantitatea de oxizii formați va fi:

$$m = 3,667 \cdot c \cdot \text{kgCO}_2 + 2 \cdot s \cdot \text{kgSO}_2 + 9 \cdot h \cdot \text{kgH}_2\text{O}$$

Arderea oxidului de carbon (CO) Ecuațiile de ardere vor fi:



Oxigenul teoretic:

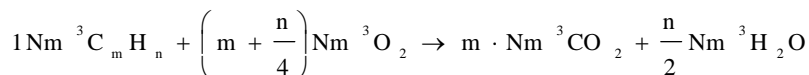
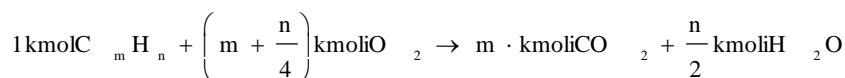
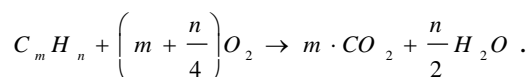
$$O_{2t} = 0,5 \frac{\text{kmoliO}_2}{\text{kmolCO}} = 0,5 \frac{\text{Nm}^3 \text{O}_2}{\text{Nm}^3 \text{CO}} = 0,571 \frac{\text{kgO}_2}{\text{kgCO}}$$

Iar oxidul format:

$$(\text{CO}_2) = 1 \frac{\text{Nm}^3 \text{CO}_2}{\text{Nm}^3 \text{CO}} = 1 \frac{\text{kmolCO}_2}{\text{kmolCO}} = 1,571 \frac{\text{kgCO}_2}{\text{kgCO}}$$

Arderea hidrocarburilor $C_m H_n$ [1 kmol $C_m H_n = (12m + n) \text{ kg}$]

Prin ardere carbonul trece în CO_2 , iar hidrogenul trece în vapori de apă, după reacțiile scrise anterior. Reacția de ardere teoretică în oxigen a unei molecule de hidrocarbură $C_m H_n$ este:



Ecuația de control se obține exprimând reacția în kg:

$$(12m + n) \text{ kg } C_m H_n + 32 \left(m + \frac{n}{4} \right) \text{ kg } O_2 = 44 \cdot m \text{ kg } CO_2 + 18 \cdot \frac{n}{2} \text{ kg } H_2O \quad | : 12m + n$$

iar pentru 1 kg de combustibil:

$$1 \text{ kg } C_m H_n + 32 \cdot \frac{m + \frac{n}{4}}{12m + n} \text{ kg } O_2 = \frac{44m}{12m + n} \text{ kg } CO_2 + \frac{18 \cdot \frac{n}{2}}{12m + n} \text{ kg } H_2O$$

Oxigenul teoretic O_{2t} este:

$$O_{2t} = \left(m + \frac{n}{4} \right) \text{ kmol } O_2 / \text{ kmol } C_m H_n = 32 \cdot \frac{m + \frac{n}{4}}{12m + n} \text{ kg } O_2 / \text{ kg } C_m H_n = \left(m + \frac{n}{4} \right) \text{ Nm}^3 O_2 / \text{ Nm}^3 C_m H_n$$

Oxizii formați sunt:

$$(CO_2) = m \text{ kmol } CO_2 / \text{ kmol } C_m H_n = m \text{ Nm}^3 CO_2 / \text{ Nm}^3 C_m H_n = \frac{44m}{12m + n} \text{ kg } CO_2 / \text{ kg } C_m H_n$$

$$(H_2O) = \frac{n}{2} \text{ kmol } H_2O / \text{ kmol } C_m H_n = \frac{n}{2} \text{ Nm}^3 H_2O / \text{ Nm}^3 C_m H_n = \frac{18 \cdot \frac{n}{2}}{12m + n} \text{ kg } H_2O / \text{ kg } C_m H_n$$

Pentru hidrocarburile gazoase exprimarea ecuațiilor de ardere se face în Nm^3 sau kmoli, iar pentru hidrocarburile lichide exprimarea se face numai în kmoli sau în kg.

Folosind ecuațiile de mai sus se pot scrie ecuațiile de ardere pentru:

- etan CH_4
- acetilenă C_2H_2
- etilenă C_2H_4
- etanol C_2H_6
- propan C_3H_8
- butan C_4H_{10}
- alcool etilic C_2H_5OH
- naftalină $C_{10}H_8$
- benzol C_6H_6

Benzolul poate fi și în stare de vapori.

1.4. Ecuațiile de ardere în aer, cu oxigen diferit de oxigenul teoretic, pentru combustibili cu compoziție cunoscută

Oxigenul necesar arderii este luat din aer, cu excepția unor cazuri speciale (sudură cu gaze, motoare de rachete). Pentru calculul reacțiilor de ardere a combustibililor se consideră că aerul este uscat și format numai din oxigen și azot. Pentru aer simbolul convențional este **L** (de la cuvântul german **Luft**):

$$1 \text{ kgL} = 0,23 \text{ kgO}_2 + 0,77 \text{ kgN}_2$$

$$1 \text{ kmolL} = 0,21 \text{ kmolO}_2 + 0,79 \text{ kmolN}_2$$

$$1 \text{ Nm}^3 \text{L} = 0,21 \text{ Nm}^3 \text{O}_2 + 0,79 \text{ Nm}^3 \text{N}_2$$

În procesul de ardere azotul este considerat balast exterior. Știind cantitatea de oxigen (O_{2t}) necesară arderii unității de cantitate de combustibil (**B**-simbol pentru combustibil), se pot calcula cantitățile corespunzătoare pentru aer și azot (folosind regula de trei simple):

$$L = \frac{O_{2t}}{0,21} \left(\frac{\text{Nm}^3 \text{L}}{\text{Nm}^3 \text{B}} \right) \text{ sau } \left(\frac{\text{kmolL}}{\text{kmolB}} \right)$$

$$\text{sau: } L = \frac{O_{2t}}{0,23} \left(\frac{\text{kgL}}{\text{kgB}} \right).$$

$$\text{Pentru azot: } N_2 = \frac{0,79}{0,21} O_{2t} \left(\frac{\text{Nm}^3 \text{N}_2}{\text{Nm}^3 \text{B}} ; \frac{\text{kmolN}_2}{\text{kmolB}} \right)$$

$$N_2 = \frac{0,77}{0,23} O_{2t} \left(\frac{\text{kgN}_2}{\text{kgB}} \right).$$

În aceste relații oxigenul (O_{2t}) fiind exprimat în:

$$\frac{\text{kmolO}_2}{\text{kmolB}} \quad \text{sau} \quad \frac{\text{Nm}^3 \text{O}_2}{\text{Nm}^3 \text{B}} \quad \text{sau} \quad \frac{\text{kgO}_2}{\text{kgB}}.$$

Pentru studiul arderii se consideră un combustibil căruia i se cunoaște compoziția elementară:

$$1 \text{ kgB} = \underbrace{c + h + s}_{\substack{\text{subs tan țe} \\ \text{combustibili}}} + \underbrace{o + n + u}_{\substack{\text{balast} \\ \text{gazos}}} + \underbrace{a}_{\substack{\text{balast} \\ \text{solid}}}$$

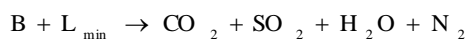
Se consideră că oxigenul o din compoziția combustibilului participă la procesul de ardere; deci din exterior se va introduce diferența dintre oxigenul necesar și oxigenul din compoziție. Se întâlnesc trei cazuri clasice de ardere: completă, excedentară și incompletă.

1. Arderea completă

Pentru ardere combustibilul dispune de cantitatea de oxigen strict necesară ca să oxideze complet componenții combustibili. Cantitatea de oxigen necesară oxidării complete (ardere completă) a elementelor combustibile se numește **oxigen stoichiometric** sau **oxigen teoretic** (O_{2t}). Din exterior se introduce oxigenul minim $O_{2\min}$, care împreună cu oxigenul propriu o al combustibilului formează oxigenul teoretic:

$$O_{2t} = O_{2\min} + O_{2\text{comb}} = O_{2\min} + o \left(\frac{\text{kgO}_2}{\text{kgB}} \right)$$

Observatii. Datorită cantității foarte mici de oxigen din compoziția combustibilului, în comparație cu oxigenul teoretic, de obicei nu se face distincție între O_{2t} și $O_{2\min} \cdot L_{\min}$, $N_{2\min}$ sau L_t și N_t , reprezintă aerul și azotul corespunzător oxigenului minim ($O_{2\min}$, O_{2t}). Carbonul, sulful și hidrogenul se oxidează complet și trec în gazele arse sub formă de oxizi (CO_2 , SO_2 , H_2O). În gazele arse (sau gazele de ardere) se găsește și balastul gazos al combustibilului (n și u), cât și balastul exterior $N_{2\min}$ introdus odată cu oxigenul minim $O_{2\min}$. Reacția de ardere poate fi scrisă calitativ sub forma:



$$L_{\min} = O_{2\min} + N_{2\min}$$

unde: $(H_2O) = (H_2O)_{\text{oxid}} + (H_2O)_{\text{umid}} = (H_2O)_{\text{oxid}} + u$

$$N_2 = N_{2\min} + n$$

În gazele arse nu există nici un component combustibil și nici oxigen; gazele arse fiind neutre din punct de vedere chimic.

Prin oxidarea completă (arderea completă) a substanțelor combustibile a fost eliberată cantitatea maximă de căldură din combustibil, obținându-se cea mai mare temperatură a gazelor de ardere (t_2). Temperatura maximă de ardere se obține în cazul arderii stoichiometrice în oxigen pur, deoarece lipsește azotul exterior ($N_{2\min}$), care are cea mai mare putere de răcire a gazelor arse (fiind în cantitatea cea mai mare).

2. Arderea excedentară

Pentru ardere se introduce din exterior mai mult oxigen decât ar corespunde unei arderi stoichiometrice.

Se notează O_{2r} oxigenul real introdus. Raportul:

$$\alpha = \frac{O_{2r}}{O_{2t}} = \frac{N_{2r}}{N_{2t}} = \frac{L_2}{L_t}, \text{ în acest caz } \alpha > 1,$$

se numește **coeficient de oxigen** sau **coeficient de exces de aer** (denumire relativ improprie, deoarece sunt cazuri când $\alpha < 1$) sau **raport de aer** (neutilizată la noi, ci în limbajul tehnic german și anglo-american).

În cazul acestei arderi excedentare ($\alpha > 1$) se observă că:

substanțele combustibile rețin numai oxigenul stoichiometric O_{2t} pentru oxidarea lor completă, restul de oxigen, denumit **oxigen excedentar** (O_{2e}), rămâne ca balast exterior care se regăsește în gazele arse.

pentru $\alpha > 1$ gazele arse au un caracter oxidant.

Se calculează :

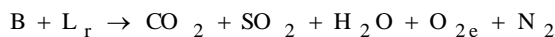
$$O_{2r} = \alpha \cdot O_{2t};$$

$$O_{2e} = O_{2r} - O_{2t} = \alpha \cdot O_{2t} - O_{2t} = O_{2t}(\alpha - 1)$$

$$L_r = \frac{O_{2r}}{0,21} \text{ sau } L_r = \frac{O_{2r}}{0,23}$$

$$N_{2r} = \frac{0,79}{0,21} O_{2r} \text{ sau } N_{2r} = \frac{0,77}{0,23} O_{2r}.$$

Ecuația calitativă de ardere se scrie sub forma:



unde: $N_2 = N_{2r} + n$.

Această ardere pentru care $\alpha > 1$ se numește **ardere cu exces de aer** sau ardere excedentară.

Din punct de vedere energetic, substanțele combustibile ard complet și eliberează întreaga lor căldură de reacție, dar temperatura de ardere (t_2) este mai mică decât în cazul arderii teoretice, datorită balastului de aer excedentar:

$$L_e = (\alpha - 1)L_t$$

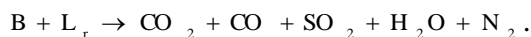
Arderea excedentară se recunoaște făcând **analiza Orsat** a gazelor de ardere: nu se găsesc elemente combustibile, dar se găsește oxigen liber (excedentar).

3. Arderea incompletă

Dacă oxigenul care intră în reacție este mai puțin (cantitativ) decât oxigenul teoretic ($O_{2r} < O_{2t}$ și $\alpha < 1$), arderea este denumită **ardere incompletă** sau **ardere deficitară** sau ardere cu lipsă de oxigen.

O parte din elementele combustibile rămân nearse și se elimină împreună cu ceilalți componenți ai gazelor arse. Rezultă că nu se poate obține întreaga cantitate de căldură care ar putea fi eliberată de substanțele combustibile prin ardere completă. În gazele arse se vor găsi CO_2 și CO (substanță combustibilă), deoarece hidrogenul arde foarte rapid, deci se oxidează complet; în general, se consideră ca incompletă numai arderea carbonului.

Pentru $\alpha < 1$ ecuația calitativă de ardere va fi:



Observatii. Oxidul de carbon se autoaprinde în prezența oxigenului la temperaturi mai mari de $650^{\circ}C$. Oxidul de carbon este foarte toxic; intră în reacție chimică cu hemoglobina din sânge, dând un compus ireversibil, **carboxihemoglobina**, care nu absoarbe și nici nu transportă oxigenul, deci staționarea în atmosferă de CO poate provoca decesul prin asfixiere.

Normele de protecție a muncii prevăd controlul instalațiilor de ardere și remedierea lor imediată, dacă se constată degajări de CO în spațiul de deservire a instalației.

1.5. Calculul arderii excedentare pentru combustibili cu analiză elementară cunoscută ($\alpha > 1$)

Se consideră un combustibil format din:

$$1 \text{ kg comb.} = c + s + h + o + n + u + a = 1 \text{ kgB}$$

Oxigenul teoretic va rezulta prin însumarea cantităților de oxigen necesare arderii complete a elementelor combustibile (C, H_2, S):

$$O_{2t} = 2,667 \cdot c + 1 \cdot s + 8 \cdot h \quad \left(\frac{\text{kgO}_2}{\text{kgB}} \right)$$

pentru coeficientul de aer α dat va rezulta:

$$O_{2r} = \alpha \cdot O_{2t} \quad \left[\frac{\text{kgO}_2}{\text{kgB}} \right]$$

Oxigenul introdus din exterior pentru ardere va fi:

$$O_{2\text{min}} = O_{2r} - o \quad \left(\frac{\text{kgO}_2}{\text{kgB}} \right).$$

De obicei $o \ll O_{2r}$ și se poate neglija ($O_{2\text{ext}} = O_{2r}$).

Cantitatea reală de aer introdusă din exterior:

$$L_r = \frac{O_{2r}}{0,23} \quad \left(\frac{\text{kgL}}{\text{kgB}} \right)$$

Azotul introdus odată cu aerul exterior:

$$N_{2r} = 0,77 L_r \quad \left(\frac{\text{kgN}_2}{\text{kgB}} \right)$$

Oxigenul excedentar:

$$O_{2e} = O_{2r} - O_{2t} = (\alpha - 1)O_{2t} \quad \left(\frac{\text{kgO}_2}{\text{kgB}} \right)$$

Compoziția gazelor arse (simbol RO_2):

$$(RO_2)_g = 3,667 \cdot c + 2 \cdot s \quad \left(\frac{\text{kgRO}_2}{\text{kgB}} \right)$$

Observații. Deoarece cantitatea de sulf din combustibil este foarte redusă, iar proprietățile termice ale SO_2 sunt apropiate de ale CO_2 , cantitatea $RO_2 = CO_2 + SO_2$ este considerată ca bioxid de carbon echivalent.

Cantitatea de vapori de apă: $(H_2O)_g = 9h + u \quad \left(\frac{\text{kgH}_2O}{\text{kgB}} \right)$

deci umiditatea din gazele arse este formată din vaporii de apă proveniți din arderea hidrogenului și din umiditatea combustibilului.

$$\text{Cantitatea de azot din gazele arse: } (N_2)_g = N_{2r} + n \left(\frac{\text{kgN}_2}{\text{kgB}} \right)$$

Cantitatea de oxigen excedentar:

$$(O_2)_g = O_{2e} = (\alpha - 1)O_{2t} \left(\frac{\text{kgO}_2}{\text{kgB}} \right)$$

Ecuția de ardere scrisă calitativ este:

$$1\text{kgB} + L_r = (CO_2)_g + (H_2O)_g + (N_2)_g + (O_{2e})_g$$

$$1\text{kgB} + (O_{2r} + N_{2r}) = (CO_2)_g + (H_2O)_g + (N_{2r} + n)_g + (\alpha - 1)L_t.$$

Calculul se poate face și în kmoli sau Nm^3 . În cazul unui amestec combustibil format din mai mulți combustibili (cunoscându-se participațiile fiecăruia) calculul se face la fel, oxigenul teoretic O_{2t} se calculează prin însumarea cantităților de oxigen necesare arderii componentelor.

Verificarea corectitudinii calculelor se face exprimând toate cantitățile în kg și verificând egalitatea ambelor părți ale ecuației. Calculul prezentat este valabil și pentru arderea completă.

Transformările din kmoli în g sau Nm^3 se fac pe baza relațiilor:

$$m = nM ; m = \frac{V \cdot M}{22,414} ; m [\text{kg}] ; n [\text{kmoli}] ; M \left[\frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right] ; V (Nm^3).$$

Pentru un amestec de combustibil gazos masa molară M se calculează cu relația: $M = \sum v_i M_i$.

1.6. Calculul arderii deficitare a combustibililor cu compoziție elementară cunoscută ($\alpha < 1$)

Dacă oxigenul intrat în reacție este în cantitate insuficientă, atunci carbonul se oxidează parțial în CO_2 și parțial în CO (hidrogenul arde foarte rapid, deci în totalitate).

Calculul este nesigur deoarece în timpul reacțiilor se pot apare combinații între carbon și hidrogen ($C_m H_n$), cât și între H_2 și sulf (H_2S), care pot să rămână parțial nearse, în special la deficite mari de oxigen. Pentru un calcul, oarecum apropiat de realitate, se consideră:

deficitul de oxigen nu este exagerat de mare ($\alpha > 0,85$);

combustibilul este bine amestecat cu oxigenul;

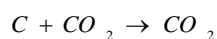
nu apar combinații de forma $C_m H_n$ sau H_2S ;

hidrogenul și sulful ard complet, deoarece au viteză de ardere mai mare.

Pentru calcul se consideră un caz particular ($\alpha = 0,9$), adică un combustibil format din:

$$1 \text{ kgB} = 0,6 \text{ kgC} + 0,4 \text{ kgH}_2$$

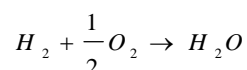
Pentru arderea completă:



$$12 \text{ kgC} + 32 \text{ kgO}_2 = 44 \text{ kgCO}_2 \quad \left| \cdot \frac{0,6}{12} \right.$$

$$1 \text{ kgC} + 2,667 \text{ kgO}_2 = 3,667 \text{ kgCO}_2$$

$$0,6 \text{ kgC} + 32 \frac{0,6}{12} \text{ kgO}_2 = \frac{44}{12} \cdot 0,6 \text{ kgCO}_2$$



$$2 \text{ kgH}_2 + 16 \text{ kgO}_2 = 18 \text{ kgH}_2O \quad \left| \cdot \frac{0,4}{2} \right.$$

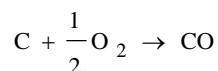
$$0,4 \text{ kgH}_2 + 3,2 \text{ kgO}_2 = 3,6 \text{ kgH}_2O$$

$$O_{2t} = 32 \cdot \frac{0,6}{12} + 3,2 = 1,6 + 3,2 = 4,8 \left[\frac{\text{kgO}_2}{\text{kgB}} \right]$$

$$O_{2r} = \alpha \cdot O_{2t} = 0,9 \cdot 4,8 = 4,32 \left(\frac{\text{kgO}_2}{\text{kgB}} \right).$$

Pentru arderea incompletă se notează cu x cantitatea de carbon care se oxidează complet ($C \rightarrow CO_2$) și cu y cantitatea de carbon care se oxidează incomplet ($C \rightarrow CO$). Există relația: $x + y = 0,6$.

Pentru arderea incompletă a carbonului se scrie:



$$12 \text{ kgC} + 16 \text{ kgO}_2 = 28 \text{ kgCO} \quad \left| : 12 \right.$$

$$1 \text{ kgC} + 1,33 \text{ kgO}_2 = 2,333 \text{ kgCO}$$

Pentru ambele cantități de carbon x și y se scrie:

$$\begin{cases} x \text{kgC} + 2,667 x \text{kgO}_2 = 3,667 x \text{kgCO}_2 \\ y \text{kgC} + 1,333 y \text{kgO}_2 = 2,333 y \text{kgCO} \end{cases}$$

de unde oxigenul corespunzător cantității de carbon (0,6kg) este:

$$(\text{O}_2)_c = 2,667 x + 1,333 y \left(\frac{\text{kgO}_2}{\text{kgB}} \right).$$

Dar: $(\text{O}_2)_c = \text{O}_{2r} - (\text{O}_2)_h$

$(\text{O}_2)_h$ - oxigenul necesar pentru arderea hidrogenului (0,4kgH₂):

$$(\text{O}_2)_h = 3,2 \left(\frac{\text{kgO}_2}{\text{kgB}} \right).$$

Se formează sistemul:

$$\begin{cases} x + y = 0,6 \\ 2,667 x + 1,333 y = 4,32 - 3,2 = 1,12 \end{cases}$$

Se calculează x și y , apoi :

$$L_r = \frac{\text{O}_{2r}}{0,23}; \quad N_{2r} = 0,77 L_r.$$

Ecuția de ardere va fi de forma:

$$1 \text{kgB} + L_r = 3,667 x \text{kgCO}_2 + 2,333 y \text{kgCO} + 3,6 \text{kgH}_2\text{O} + (N_{2r})$$

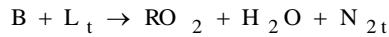
În cazul arderii deficitare, pentru combustibili formați dintr-un amestec de componente, se procedează astfel:

- se determină masa molară a amestecului (M);
- pentru componentii combustibili se determină compoziția elementară: $c + h + s \left(\frac{\text{kg}}{\text{kmolB}} \right)$;
- se determină ecuația de ardere în kg;
- apoi se procedează ca în exemplul anterior.

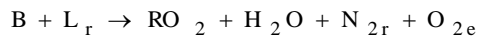
1.7. Identificarea arderii prin analiza gazelor arse. Analiza Orsat de control

Indiferent de starea de agregare a combustibilului, prin ardere rezultă gaze formate din: CO₂, CO, SO₂, H₂O, N₂ și O₂. Ecuațiile calitative ale arderii pentru cele trei cazuri sunt:

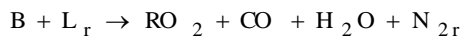
- ardere stoichiometrică sau completă ($\alpha = 1$):



- ardere excedentară ($\alpha > 1$):



- ardere incompletă ($\alpha < 1$):



Analizând gazele de ardere se poate afla o concluzie privind regimul de ardere. Pentru analiza gazelor de ardere se utilizează analizoarele chimice sau electrice. Analizoarele electrice au precizie redusă, iar cele chimice au o precizie mai bună. Cel mai folosit este **analizorul portabil Orsat**. Principiul de funcționare se studiază la Laboratorul de Termotehnică; aparatul folosește o serie de reactivi chimici care reacționează fiecare numai cu un singur component din gazele de ardere.

Analizorul Orsat analizează numai **gazele uscate**, deoarece vaporii de apă din gazele arse au fost condensați și reținuți înainte de analiza gazelor.

Dacă se notează cu (CO_2), (O_{2e}) și (N_2) participațiile procentuale ale celor trei componenți din gazele arse, atunci se poate determina coeficientul α :

$$\alpha = \frac{N_{2r}}{N_{2t}} = \frac{N_{2r}}{N_{2r} - N_{2exc}} = \frac{(N_2)}{(N_2) - \frac{0,79}{0,21}(O_{2e})}$$

Pentru controlul arderii trebuie cunoscută valoarea coeficientului α (recomandată de proiectant), care se va compara cu cea calculată. Reglarea arderii se face folosind arzătoare automate; se face reglajul debitelor de combustibil și de aer, astfel încât coeficientul de aer α să fie cel impus.

1.8. Calculul temperaturii de ardere (la temperaturi joase); diagrama i - t

Căldura degajată prin ardere este absorbită integral în zona de ardere de către gazele rezultate, acestea fiind folosite ca agent de încălzire a consumatorilor de căldură.

Determinarea temperaturii de ardere se face efectuând bilanțul caloric.

În camera de ardere (focarul F) pătrunde cantitatea B de combustibil împreună cu cantitatea B · L de aer

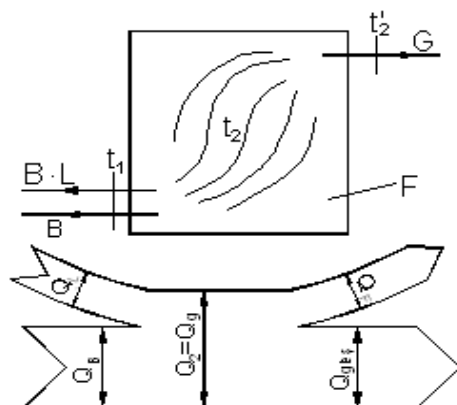


Fig.11.1 Diagrama Sankey.

comburant(la temperatura t_1), iar din focar iese cantitatea G de gaze arse(la $t_2 < t_1$). Se consideră că procesul de ardere are loc la presiune atmosferică, iar la temperatura de $0^\circ C$ entalpia gazelor este egală cu zero, astfel căldura gazelor arse la temperatura t este:

$$q_{0t} = i - i_0 = i = \overline{c_p} \cdot t$$

$\overline{c_p}$ - căldura specifică medie izobară între $0^\circ C$ și temperatura t .

Bilanțul caloric al sistemului termic(Fig.11.1) se scrie:

$$Q_B + Q_L = Q_2 = Q_g = Q_F + Q_{g\text{-ies}}$$

unde:

$Q_B = B \cdot H_i$ - căldura introdusă prin arderea combustibilului;

$Q_L = B \cdot L \cdot \overline{C_{pi}} \Big|_0^{t_1} \cdot t_1 = \alpha \cdot B \cdot L_t \cdot \overline{C_{pi}} \Big|_0^{t_1} \cdot t_1$ - căldura introdusă de aer;

$Q_2 = G \cdot \overline{C_p} \Big|_0^{t_2} \cdot t_2 = \sum G_i \cdot \overline{C_{pi}} \Big|_0^{t_2} \cdot t_2$ - căldura primită de gazele arse la temperatura teoretică de ardere t_2 .

G_i - cantitatea unui component ($\sum G_i = G$);

$\overline{C_{pi}} \Big|_0^{t_2}$ - căldura specifică medie între $0^\circ C$ și t_2 pentru componentul i ;

Q_F - căldura pierdută de gaze prin transmitere către mediul exterior prin pereții focarului;

$Q_{g\text{-ies}}$ - căldura gazelor la iesearea din focar (la $t_2 < t_1$).

Pentru un **focar ideal**: $Q_2 = Q_{g\text{-ies}}$ ($Q_F = 0$).

Ecuția de bilanț caloric pentru focarul ideal se poate scrie (pentru $B = 1$):

$$H_i + \alpha \cdot L_t \cdot \overline{C_p} \Big|_0^{t_1} \cdot t_1 = t_2 \left[(\text{CO}_2) \overline{C_{p\text{CO}_2}} \Big|_0^{t_2} + (\text{H}_2\text{O}) \overline{C_{p\text{H}_2\text{O}}} \Big|_0^{t_2} + N_{2t} \cdot \overline{C_{p\text{N}_2}} \Big|_0^{t_2} + (\alpha - 1) L_t \cdot \overline{C_{pL}} \Big|_0^{t_2} \right]$$

$G_t = (\text{CO}_2) + (\text{H}_2\text{O}) + N_{2t}$ - cantitatea gazelor de ardere teoretică ($\alpha = 1$).

$(\alpha - 1) L_t$ - aerul excedentar.

$\overline{C_p} \Big|_0^{t_2}$ - căldurile specifice medii pentru componenții respectivi.

Ecuția se mai poate scrie:

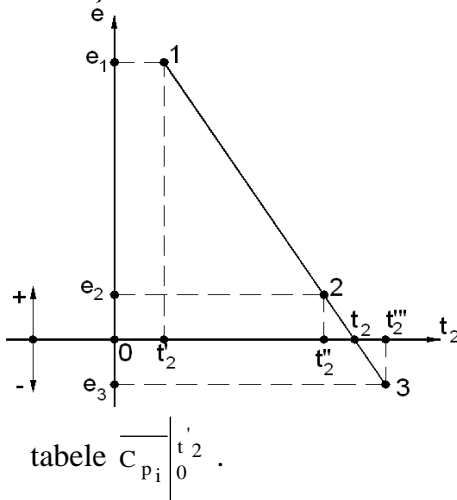
$$i_0 = H_i + \alpha \cdot L_t \cdot i_{L1} = (CO_2) \cdot i_{CO_2} + (H_2O) \cdot i_{H_2O} + (N_{2t}) \cdot i_{N_2} + (\alpha - 1)L_t \cdot i_{L2} = i_g$$

unde:

$$i_0 = H_i + \alpha \cdot L_t \cdot i_{L1}$$

i_0 ($\frac{kJ}{kgB}$) - entalpia de intrare pentru unitatea de cantitate de combustibil.

Rezolvarea acestei ecuații se face în funcție de scopul urmărit. Se deosebesc trei situații:



I. Se știe coeficientul de aer α și se cere temperatura t_2 de ardere în focar. Rezolvarea se face **prin încercări**, deoarece, dacă nu se știe t_2 , nu se știe nici $\overline{C_p} \Big|_0^{t_2}$. Se parcurg

etapele:

- se calculează $i_0 = ct$.

- se admite o temperatură t_2' de încercare pentru care se iau din

tabele $\overline{C_{pi}} \Big|_0^{t_2'}$.

- se determină $i_g' = t_2' \sum \overline{C_{pi}} \Big|_0^{t_2'} \cdot G_i$; de obicei $i_0 \neq i_g'$.

- se determină eroarea $e_1 = i_0 - i_g'$ și se observă semnul și mărimea ei.

- se alege o altă temperatură t_2'' de încercare; dacă e_2 este tot pozitivă, se

alege o temperatură mai mare $t_2''' > t_2''$, obținându-se astfel eroare negativă.

Se trasează graficul $e = f(t_2)$, temperatura corectă (t_2) fiind la intersecția dreptei cu axa $0 - t_2$, pentru care $e = 0$.

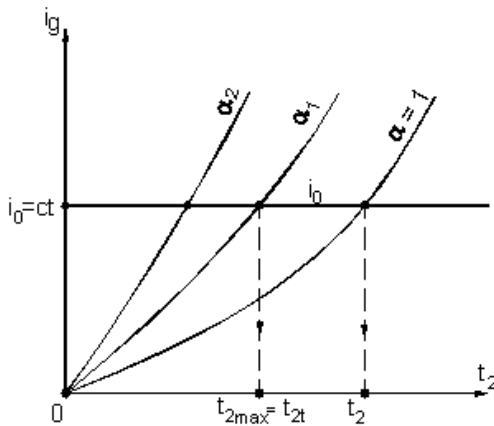


Fig.11.2. Diagrama $i_g = f(t_2)$.

II. Se cere să se determine coeficientul de aer α pentru a se obține o temperatură t_2 impusă pentru ardere. În acest caz din ecuația de bilanț caloric rezultă α :

$$\alpha = \frac{H_i - t_2 \left[(\text{CO}_2) \cdot \overline{C_{p\text{CO}_2}} \Big|_0^{t_2} + (\text{H}_2\text{O}) \cdot \overline{C_{p\text{H}_2\text{O}}} \Big|_0^{t_2} + N_{2t} \cdot \overline{C_{p\text{N}_2}} \Big|_0^{t_2} - L_t \cdot \overline{C_{pL}} \Big|_0^{t_2} \right]}{L_t \left[\overline{C_{pL}} \Big|_0^{t_2} \cdot t_2 - \overline{C_{pL}} \Big|_0^{t_1} \cdot t_1 \right]}$$

III. În acest caz se studiază influența coeficientului de aer α asupra temperaturii de ardere. Se trasează diagrama $i_g - t_2$ pentru diferite valori ale lui α (Fig.11.2).

$$i_{g(t_2)} = t_2 \sum G_i \cdot \overline{C_{p_i}} \Big|_0^{t_2} = f(t_2)$$

Se calculează $i_0 = H_i + \alpha \cdot L_t \cdot \overline{C_p} \Big|_0^{t_1} \cdot t_1$ și la intersecția dreptei $i_0 = ct$ cu curba $i_g = f(t_2)$, pentru $\alpha = ct$, rezultă temperatura de ardere t_2 . Se constată că cea mai mare temperatură se obține pentru $\alpha = 1$ (ardere teoretică).

În general, **randamentul de utilizare** a căldurii combustibilului poate fi

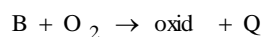
exprimat prin:

$$\eta = \frac{\sum Q_u}{B \cdot H_i}$$

$\sum Q_u$ -căldura utilă a tuturor consumatorilor de căldură.

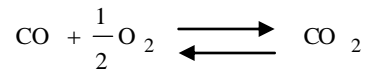
1.9. Disocierea termică. Diagrama i-t cu disociere

Dacă temperatura de ardere nu depășește 1100K, procesul de ardere decurge în mod normal, adică:

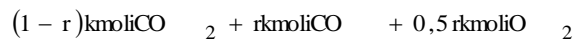


Q – căldura degajată prin ardere.

Săgeata spre dreapta (\rightarrow) arată o **reacție exotermică** (cu degajare de căldură). La temperaturi mai mari apare însă și fenomenul invers, de descompunere a oxizilor în componenți. Procesul de **disociere** (de descompunere) este un **proces endotermic**, căldura de disociere este absorbită de la gazele arse, micșorându-le temperatura. CO_2 se descompune în CO și O_2 , ecuația de disociere fiind:



Săgeata spre stânga (\leftarrow) arată că procesul este endotermic. Gradul de disociere depinde de temperatură și anume crește odată cu creșterea temp. Se admite că, pentru temperatura dată, dintr-un kmol de CO_2 numai r kmoli disociază în CO și O_2 ($r < 1$), atunci compoziția gazului la temperatura dată va fi:



în reacție fiind prinsă căldură de $282\,600\,r$ (kJ), care nu poate fi eliberată. $282\,600$ kJ - căldura oținută prin arderea unui kmol de CO.

Se deosebesc 2 cazuri:

- Dacă temperatura **scade treptat**, atunci echilibrul se deplasează continuu spre CO_2 , micșorându-se gradul de disociere r , până se ajunge la $r = 0$, recuperându-se întreaga cantitate de căldură prin arderea a r kmoli de CO.
- Dacă temperatura **scade brusc** prin contactul gazelor fierbinți cu suprafețe reci, atunci temperatura poate scădea sub temperatura de aprindere a oxidului de carbon CO, căldura legată nu se mai recuperează, iar în gazele arse se găsește: CO_2 , CO și O_2 .

Se notează cu q_D **căldura de disociere**, ecuația de disociere se scrie sub formele:

$$H_i + \alpha \cdot L_t \cdot \overline{C_{pL}} \cdot t_1 - q_D = \sum i_g \quad (\text{A})$$

$$H_i + \alpha \cdot L_t \cdot \overline{C_{pL}} \cdot t_1 = \sum i_g + q_D \quad (\text{B})$$

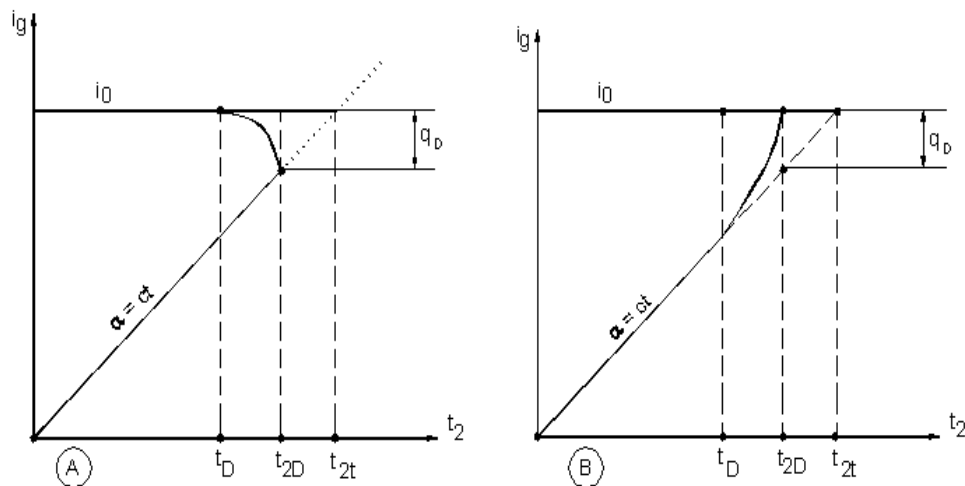


Fig.11.3. Diagrama **i-t** cu disociere.

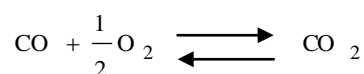
Cele 2 forme sunt echivalente, însă forma diagramei $i-t$ este modificată (Fig.11.3). Se notează :

t_D - temperatura la care începe să se cunoască influența disocierii.

t_{2t} - temperatura teoretică (nu există disociere).

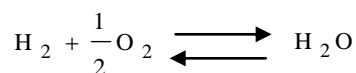
t_{2D} - temperatura de ardere cu disociere.

La temperaturi mai mari de 1400 K apare disocierea bioxidului de carbon după relația:

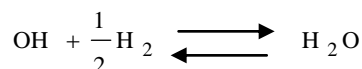


Vaporii de apă (H_2O) disociază în două moduri:

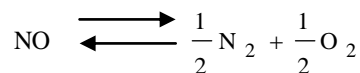
– în elemente componente:



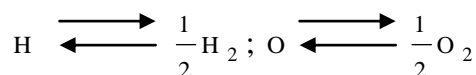
– în oxidril și hidrogen:



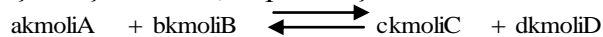
La temperaturi joase de ardere azotul este un gaz inert din punct de vedere chimic, dar la temperaturi înalte se oxidează trecând în monoxid de azot:



Hidrogenul existent în urma disocierii vaporilor de apă, precum și oxigenul produs prin disocierea CO_2 și a H_2O , disociază (se desfac în atomi):



Pentru un calcul general, se consideră două substanțe A și B în cantitățile **a** și **b** kmoli, care prin reacție degajă căldură și se obțin produsele C și D în cantitățile **c** și **d** kmoli, după reacția:



La echilibru, produsele secundare C și D vor reacționa în sens invers, obținându-se componentele primare din care au provenit. La temperatura de echilibru căldura de reacție nu se mai cedează exteriorului (și nici nu se absoarbe căldură), ci rămâne legată în reacție.

După **legea maselor**, constanta de echilibru raportată la substanța A, luată ca bază, și la presiunea **p** va avea forma:

$$K_{p_A} = \frac{p_C^c \cdot p_D^d}{p_A^a \cdot p_B^b}$$

p_A, p_B, p_C și p_D - presiunile parțiale ale componentelor A, B, C și D ; după legea lui Dalton (amestecuri de gaze perfecte) presiunea totală a amestecului este:

$$p = p_A + p_B + p_C + p_D$$

Se consideră un amestec de gaze având în total n kmoli dintre care, la temperatura t , n_i kmoli de substanțe nu reacționează chimic în ambele sensuri (deci sunt gaze inerte), în timp ce substanțele A, B, C și D , având n_A, n_B, n_C și n_D kmoli, reacționează în ambele sensuri. La echilibru, se scrie:

$$n = n_A + n_B + n_C + n_D + n_i \quad (\text{kmoli}).$$

Participația ν_x va fi:

$$\nu_x = \frac{n_x}{n} = \frac{p_x}{p}$$

adică:

$$\nu_A = \frac{n_A}{n} = \frac{p_A}{p} \rightarrow p_A = p \cdot \frac{n_A}{n}; p_B = p \cdot \frac{n_B}{n};$$

$$p_C = p \cdot \frac{n_C}{n}; p_D = p \cdot \frac{n_D}{n},$$

iar constanta de echilibru va fi:

$$K_{p_A} = \frac{n_C^c \cdot n_D^d}{n_A^a \cdot n_B^b} \left(\frac{p}{n} \right)^{[(c+d)-(a+b)]}$$

de unde:

$$\frac{n_C^c \cdot n_D^d}{n_A^a \cdot n_B^b} = K_{p_A} \cdot \left(\frac{p}{n} \right)^{[(a+b)-(c+d)]}$$

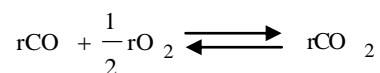
Exemplu:

Se admite un proces de ardere cu exces de aer ($\alpha > 1$). În lipsa disocierii, numărul total de kmoli ai gazelor arse, considerate cu gaze inerte, va fi:

$$n_i = n_{CO_2} + n_{H_2O} + n_{O_2} + n_{N_2}.$$

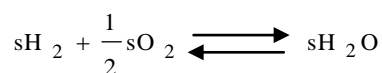
Cantitatea de substanță care disociază depinde de temperatură.

Se consideră că la temperatura t (pentru care se face calculul disocierii) din cantitatea n_{CO_2} numai r kmoli de CO_2 disociază, adică:



restul de $(n_{\text{CO}_2} - r)$ kmoli nu disociază (**gaz inert**).

Similar, din $n_{\text{H}_2\text{O}}$ kmoli de vapori de apă vor disocia numai s moli, adică:



restul de $(n_{\text{H}_2\text{O}} - s)$ kmoli de H_2O rămâne ca gaz inert.

Compoziția gazelor la echilibru va fi:

Substanța	CO_2	H_2O	O_2	N_2	CO	H_2
Numărul de kmoli la echilibru	$n_{\text{CO}_2} - r$	$n_{\text{H}_2\text{O}} - s$	$n_{\text{O}_2} + \frac{1}{2}r + \frac{1}{2}s$	n_{N_2}	r	s

și în total:

$$n = (n_{\text{CO}_2} - r) + (n_{\text{H}_2\text{O}} - s) + \left(n_{\text{O}_2} + \frac{1}{2}r + \frac{1}{2}s \right) + n_{\text{N}_2} + r + s$$

sau:

$$n = n_i + \frac{1}{2}r + \frac{1}{2}s$$

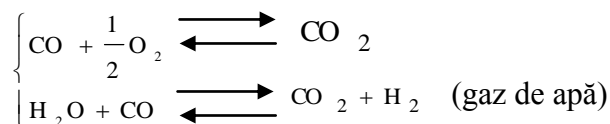
Deci, prin disociere a crescut numărul de kmoli pentru gazele arse cu

$$\left(\frac{1}{2}r + \frac{1}{2}s \right)$$

Cunoscând cantitățile r și s (în kmoli de CO_2 și de H_2O) disociate, căldura de disociere q_D va fi:

$$q_D = rH_{i_{\text{CO}}} + sH_{i_{\text{H}_2}} = 282.600 r + 286.500 s (\text{kJ})$$

Pentru a determina cantitățile r și s disociate se rezolvă sistemul format de ecuațiile:



Pentru disocierea CO₂ :

$$\frac{n_{CO_2}}{n_{CO}^a \cdot n_{O_2}^b} = K_{p_{CO}} \left(\frac{p}{n} \right)^{[(a+b)-(c+d)]}$$

unde: $a = 1$; $b = \frac{1}{2}$; $c = 1$; $d = 0$ și înlocuind cu datele din tabel se obține ecuația (A):

$$\frac{(n_{CO_2} - r)}{r \left(n_{O_2} + \frac{1}{2}r + \frac{1}{2}s \right)^{\frac{1}{2}}} = K_{p_{CO}} \left(\frac{p}{n_i + \frac{1}{2}r + \frac{1}{2}s} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (A)$$

Pentru disocierea gazului de apă (CO₂ + H₂):

$$\frac{n_{CO_2}^c \cdot n_{H_2}^d}{n_{H_2O}^a \cdot n_{CO}^b} = K_{p_{H_2O}} \cdot \left(\frac{p}{n} \right)^{[(a+b)-(c+d)]}$$

unde: $a = 1$; $b = 1$; $c = 1$; $d = 1$ și înlocuind cu datele din tabel se obține ecuația (B) :

$$\frac{(n_{CO_2} - r) \cdot s}{(n_{H_2O} - s) \cdot r} = K_{p_{H_2O}} \quad (B)$$

Constantele de echilibru sunt date în tabele sau diagrame(Fig. 11.4). Prin

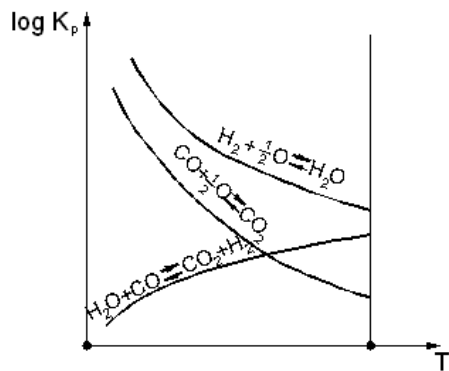


Fig.11.4. Diagrama logK_p-T.

rezolvarea ecuațiilor (A) și (B), se obțin r și s . Rezolvarea ecuațiilor se face și pe cale grafică(Fig.11.5). Se reprezintă grafic $s = f(r)$ atât pentru ecuația (A), cât și pentru (B). La intersecția curbelor rezultă valorile (s, r) căutate. Pentru rezolvare se dau valori lui r cuprinse între $r = 0$ (lipsa disocierii) și $r = n_{CO_2}$ (disociere totală); va rezulta : $s \in [0, n_{H_2O}]$.

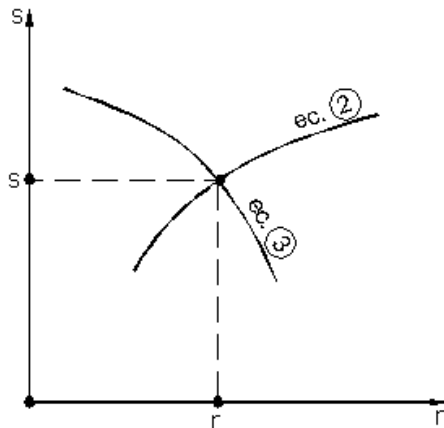


Fig.11.5. Rezolvarea grafică pentru s și r .

Având r și s calculate se poate afla căldura de disociere. Repetând operațiile descrise și pentru alte temperaturi se determină $q_D = f(t)$, astfel că se poate trasa ramura corectată a diagramei $i = t$ și se poate determina temperatura t_{2D} de ardere cu disociere.

Procesul de calcul este foarte laborios pentru un calcul normal, chiar cu minicalculatoare perfecționate. Pentru trasarea diagramei se recomandă utilizarea unui program de calcul (utilizând calculatorul).

Se procedează astfel:

- se calculează cantitățile de CO_2 și H_2O care disociază (r și s);
- se determină căldura de disociere q_D : $q_D = r \cdot H_{i_{\text{CO}_2}} + s \cdot H_{i_{\text{H}_2}}$;
- știind q_D , se trasează ramura corectată a diagramei $i-t$;
- se determină temperatura t_{2D} de ardere cu disociere: $t_{2D} < t_{2Z}$.

Procesul de disociere este nedorit în timpul arderii, deoarece scade temperatura de ardere t_2 .

1.10. APLICAȚII

Problema 1. Care este randamentul global al unui motor termic care consumă debitul de combustibil $\dot{m} = 12 \text{ kg/h}$, având puterea calorică inferioară $H_i = 11000 \text{ kcal/kg}$ și știind că puterea obținută la arbore este $P = 70 \text{ CP}$ ($1 \text{ CP} = 75 \text{ kgf} \cdot \text{m/s}$; $1 \text{ kgf} = 9,81 \text{ N}$; $1 \text{ kcal} = 4180 \text{ J}$).

$$\eta = \frac{P}{Q_c} = \frac{P}{\dot{m} H_i} = \frac{70 \cdot 75 \cdot 9,81}{\frac{12}{3600} \cdot 11000 \cdot 4180} = 0,33 (33 \%)$$

Problema 2. Să se determine puterea calorică superioară H_s și puterea calorică inferioară H_i a unui amestec gazos format din 70 % butan C_4H_{10} și 30% propan C_3H_8 .

Puterea calorică a unui amestec de substanțe combustibile este calculată ca suma produselor dintre participațiile componentelor și puterile lor calorice; din tabelul de puteri calorice (din “Anexă”) rezultă:

$$H_s = 128530 \frac{\text{kJ}}{\text{Nm}^3} C_4H_{10} = 99130 \frac{\text{kJ}}{\text{Nm}^3} C_3H_8 ;$$

$$H_i = 118480 \frac{\text{kJ}}{\text{Nm}^3} C_4H_{10} = 91090 \frac{\text{kJ}}{\text{Nm}^3} C_3H_8 ;$$

și numeric: $H_s = 0,7 \cdot 128530 + 0,3 \cdot 99130 = 119710 \frac{\text{kJ}}{\text{Nm}^3} B ;$

$$H_i = 0,7 \cdot 118480 + 0,3 \cdot 91090 = 110263 \frac{\text{kJ}}{\text{Nm}^3} B .$$

Problema 3. Un combustibil gazos este format din acetilenă C_2H_2 , etilenă C_2H_4 și aer. Puterea calorică măsurată fiind $H_i = 51300 \frac{\text{kJ}}{\text{Nm}^3} B$, se cere să se determine compoziția gazului, participația oxigenului fiind de 2,1%.

În gazul combustibil numai acetilena și etilena sunt substanțe combustibile. Notînd cu v_1 și v_2 participațiile acetilenei și etilenei, puterea calorică a combustibilului este: $H_i = v_1 \cdot H_1 + v_2 \cdot H_2$

Din “Anexă”, puterile calorice ale componentelor sunt:

$$H_1 = 56020 \frac{\text{kJ}}{\text{Nm}^3} C_2H_2 ; \quad H_2 = 58980 \frac{\text{kJ}}{\text{Nm}^3} C_2H_4 ;$$

Compoziția volumică a aerului fiind de 21% O_2 și 79% N_2 , la participația de 2,1% oxigen

corespunde participația aerului: $v_L = \frac{(O_2)}{\left(\frac{O_2}{L} \right)} = \frac{2,1}{0,21} = 10 \% .$

Așadar, având $v_1 + v_2 = 0,9$ se obține:

$$H_i = v_1 \cdot H_1 + (0,9 - v_1) \cdot H_2$$

de unde:

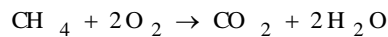
$$\nu_1 = \frac{H_1 - 0,9 \cdot H_2}{H_1 - H_2} = \frac{51300 - 0,9 \cdot 58980}{56020 - 58980} = 0,6 (60 \%)$$

Rezultă participațiile: $(C_2H_2) = 60 \%$; $(C_2H_4) = 30 \%$; $(L) = 10 \%$.

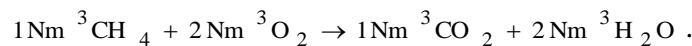
Problema 4. Să se determine reacția de ardere în aer pentru 1 Nm^3 de metan, coeficientul de aer fiind $\alpha = 1,5$, precum și analiza Orsat de control.

Calculul se va efectua în Nm^3 .

Reacția de ardere a unei molecule de metan este:



care, scrisă pentru cantitatea de 1 Nm^3 de CH_4 , va fi:



Oxigenul teoretic este: $\text{O}_{2t} = \frac{2 \text{ Nm}^3}{\text{Nm}^3 \text{B}}$

Oxigenul real va fi: $\text{O}_{2r} = \alpha \cdot \text{O}_{2t} = 1,5 \cdot 2 = 3 \frac{\text{Nm}^3 \text{O}_2}{\text{Nm}^3 \text{B}}$

Oxigenul excedentar:

$$\text{O}_{2exc} = (\alpha - 1)\text{O}_{2t} = 0,5 \cdot 2 = 1 \frac{\text{Nm}^3 \text{O}_2}{\text{Nm}^3 \text{B}} .$$

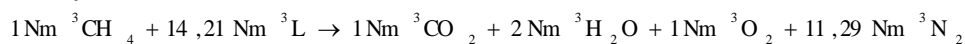
Aerul real L_r , introdus din exterior este:

$$L_r = \frac{\text{O}_{2r}}{\left(\frac{\text{O}_2}{L} \right)} = \frac{3}{0,21} = 14,29 \frac{\text{Nm}^3 \text{L}}{\text{Nm}^3 \text{B}} .$$

Azotul introdus din exterior odată cu oxigenul este:

$$\text{N}_{2r} = \frac{79}{21} \text{O}_{2r} = L_r - \text{O}_{2r} = \frac{79}{21} \cdot 3 = 11,29 \frac{\text{Nm}^3 \text{N}_2}{\text{Nm}^3 \text{B}} .$$

Reacția de ardere în aer a metanului este:



Pentru analiza Orsat de control se calculează cantitatea de gaze uscate (G_{usc}) .

$$G_{\text{usc}} = 1 \text{ Nm}^3 \text{ CO}_2 + 1 \text{ Nm}^3 \text{ O}_2 + 11,29 \text{ Nm}^3 \text{ N}_2 = 13,29 \text{ Nm}^3 \text{ G}_{\text{usc}} / 1 \text{ Nm}^3 \text{ B}$$

iar participațiile componentelor în gazele uscate vor fi:

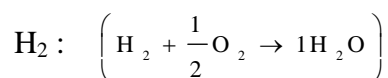
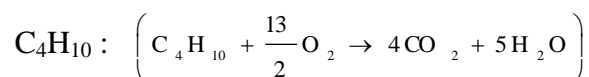
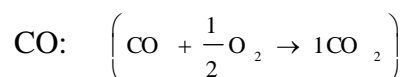
$$(\text{CO}_2) = \frac{\text{CO}_2}{G_{\text{usc}}} = \frac{1 \cdot 100}{13,29} = 7,5\% ; (\text{O}_2) = \frac{\text{O}_2}{G_{\text{usc}}} = \frac{1 \cdot 100}{13,29} = 7,5\% .$$

Restul de 85% reprezintă participația azotului:

$$(\text{N}_2) = \frac{\text{N}_2}{G_{\text{usc}}} = 100 - (\text{CO}_2) - (\text{O}_2) = 85\% .$$

Problema 5. Să se determine reacția de ardere în aer cu $\alpha = 1,5$ și analiza Orsat de control pentru un combustibil gazos care are compoziția volumică: $(\text{CO}) = 20\%$; $(\text{C}_4\text{H}_{10}) = 25\%$; $(\text{H}_2) = 40\%$; $(\text{CO}_2) = 10\%$; $(\text{N}_2) = 5\%$.

Vor arde numai componentii combustibili: oxidul de carbon, butanul și hidrogenul, restul constituie balast. Din reacțiile pentru:



rezultă oxigenul teoretic O_{2t} :

$$O_{2t} = \frac{1}{2}(\text{CO}) + \frac{13}{2}(\text{C}_4\text{H}_{10}) + \frac{1}{2}(\text{H}_2) = 0,5 \cdot 0,2 + 6,5 \cdot 0,25 + 0,5 \cdot 0,4 = 0,925 \text{ Nm}^3 \text{ O}_2 / \text{Nm}^3 \text{ B}$$

Și oxizii:

$$\text{CO}_2 = (\text{CO}) \cdot 1 + (\text{C}_4\text{H}_{10}) \cdot 4 = 0,2 \cdot 1 + 0,25 \cdot 4 = 1,2 \text{ Nm}^3 \text{ CO}_2 / \text{Nm}^3 \text{ B} ;$$

$$\text{H}_2\text{O} = (\text{C}_4\text{H}_{10}) \cdot 5 + (\text{H}_2) \cdot 1 = 0,25 \cdot 5 + 0,4 \cdot 1 = 1,65 \text{ Nm}^3 \text{ H}_2\text{O} / \text{Nm}^3 \text{ B} .$$

Oxigenul real O_{2r} este:

$$O_{2r} = \alpha \cdot O_{2t} = 1,5 \cdot 1 \cdot 0,925 = 2,888 \text{ Nm}^3 \text{ O}_2 / \text{Nm}^3 \text{ B}$$

Oxigenul excedentar:

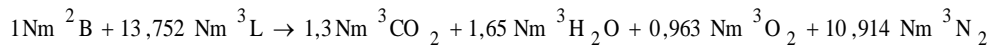
$$O_{2\text{exc}} = (\alpha - 1)O_{2t} = 0,5 \cdot 1,925 = 0,963 \frac{\text{Nm}^3 \text{O}_2}{\text{Nm}^3 \text{B}}$$

Aerul introdus pentru ardere din exterior este:

$$L_{\text{ext}} = L_r = \frac{O_{2r}}{O_2} = \frac{2,888}{0,21} = 13,752 \frac{\text{Nm}^3 \text{L}}{\text{Nm}^3 \text{B}}, \text{ care contine azotul:}$$

$$N_{2\text{ext}} = N_{2r} = L_{\text{ext}} \cdot \frac{N_2}{L} = \frac{N_2}{O_2} \cdot O_{2r} = \frac{79}{21} \cdot 2,888 = 10,864 \frac{\text{Nm}^3 \text{N}_2}{\text{Nm}^3 \text{B}}$$

Reacția de ardere în aer a combustibilului este:



Gazele uscate de ardere vor fi dioxidul de carbon, oxigenul și azotul:

$$G_{\text{usc}} = 1,3 + 0,963 + 10,914 = 13,177 \frac{\text{Nm}^3 \text{G}_{\text{usc}}}{\text{Nm}^3 \text{B}}$$

Participațiile componentelor vor fi:

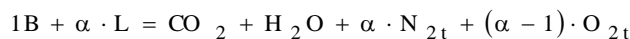
$$(CO_2) = 100 \cdot \frac{CO_2}{G_{\text{usc}}} = 100 \cdot \frac{1,3}{13,177} = 9,866 \%$$

$$(O_2) = 100 \cdot \frac{O_2}{G_{\text{usc}}} = 100 \cdot \frac{0,963}{13,177} = 7,308 \%$$

$$(N_2) = 100 \cdot \frac{N_2}{G_{\text{usc}}} = 100 \cdot \frac{10,914}{13,177} = 82,826 \%$$

Problema 6. Participația CO_2 în gazele de ardere în aer a metanului este de 8%. Fiind prezent oxigenul în gaze, în timp ce CO este absent, să se determine coeficientul α de aer.

Reacția de ardere în aer a metanului este:



Gazele „uscate” au compoziția :

$$G_{\text{usc}} = \text{CO}_2 + \alpha \cdot \text{N}_{2t} + \alpha \cdot \text{O}_{2t} - \text{O}_{2t} = \text{CO}_2 - \text{O}_{2t} + \alpha(\text{N}_{2t} + \text{O}_{2t}) = \text{CO}_2 - \text{O}_{2t} + \alpha \cdot \text{L}_t$$

avînd participația CO_2 : $(\text{CO}_2) = 100 \frac{\text{CO}_2}{G_{\text{usc}}} = \frac{100 \cdot \text{CO}_2}{\text{CO}_2 - \text{O}_{2t} + \alpha \cdot L_t}$ și se obține:

$$\alpha = \frac{100 \cdot \text{CO}_2 - (\text{CO}_2)(\text{CO}_2 - \text{O}_{2t})}{(\text{CO}_2) \frac{2}{0,21} \cdot \text{O}_{2t}} = \frac{100 \cdot 1 - 8(1 - 2)}{8 \cdot \frac{2}{0,21}} = 1,42 .$$

Problema 7. Prin analiza Orsat a gazelor de ardere, rezultate prin arderea unei hidrocarburi gazoase, s-a obținut următoarea compoziție: $(\text{CO}_2) = 8,9\%$; $(\text{O}_2) = 7,4\%$; $(\text{N}_2) = 83,7\%$.

Să se determine coeficientul α de aer cu care s-a efectuat arderea.

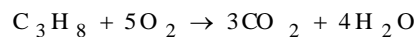
Prezența oxigenului în gazele de ardere (și lipsa oxidului de carbon CO) indică o ardere cu exces de aer, coeficientul α trebuie să fie supraunitar. Se

scrie: $\alpha = \frac{N_{2r}}{N_{2t}} = \frac{N_{2r}}{(N_{2r} - N_{2e})} = \frac{N_2}{\left(N_2 - \frac{0,79}{0,21} \text{O}_2 \right)}$ și numeric:

$$\alpha = \frac{83,7}{83,7 - \frac{0,79}{0,21} 7,4} = 1,5$$

Problema 8. Într-un focar arde propan C_3H_8 cu un coeficient de aer $\alpha = 0,8$.Arderea hidrogenului este completă, iar carbonul trece în gazele de ardere sub formă de CO_2 și CO . Să se determine reacția de ardere și analiza Orsat de control.

Arderea stoichiometrică a moleculei de propan în oxigen este :



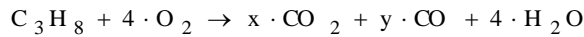
Arderea este deficitară în oxigen, deci în gazele de ardere lipsește O_2 și

este prezent CO. Oxigenul teoretic: $\text{O}_{2t} = 5 \frac{\text{kmolO}}{\text{kmolB}}$

Cantitatea reală de oxigen este:

$$\text{O}_{2r} = \alpha \cdot \text{O}_{2t} = 0,8 \cdot 5 = 4 \frac{\text{kmolO}}{\text{kmolB}}$$

Reacția de ardere în oxigen va avea forma:

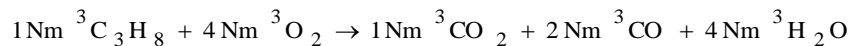


în care nu cunoaște proporția dintre x și y (dintre CO_2 și CO).

După atomii de carbon se scrie: $x + y = 3 \text{ atomiC}$.

Hidrogenul H_2 reținând 4 atomi de O_2 , pentru oxidarea carbonului rămân disponibili numai $8-4=4$ atomi de O_2 . Astfel: $2 \cdot x + y = 4 \text{ atomiO}_2$.

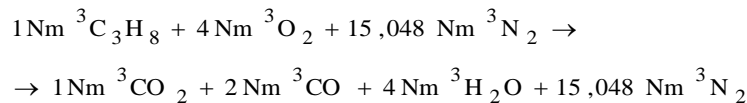
Rezolvând sistemul, se obține: $x = 1$; $y = 2$, astfel încât, exprimând cantitățile în Nm^3 , reacția de ardere în oxigen a combustibilului va fi:



Azotul introdus este:

$$N_{2r} = \frac{0,79}{0,21} \cdot O_{2r} = 3,762 \cdot 4 = 15,048 \frac{Nm^3 N_2}{Nm^3 B}$$

Reacția de ardere în aer devine:



Gazele uscate fiind:

$$G_{usc} = CO_2 + CO + N_2 = 1 + 2 + 15,048 = 18,048 \frac{Nm^3 G}{Nm^3 B}$$

Participația componentelor este:

$$(CO_2) = \frac{1 \cdot 100}{18,048} = 5,54 \%$$

$$(CO) = \frac{2 \cdot 100}{18,048} = 11,08 \%$$

$$(N_2) = \frac{15,048 \cdot 100}{18,048} = 83,40 \% \quad ; \quad \sum v_i = 100 \%$$

Problema 9. Pe cursa de admisie a unui motor în 4 timpi, având turația $n = 3000 \frac{\text{rot}}{\text{min}}$, se aspiră aer cu presiunea $p_1 = 1 \text{ bar}$ și temperatura $t_1 = 20^\circ C$, volumul corespunzător aspirației fiind $V_a = 1300 \text{ cm}^3$. Știind că arderea combustibilului este completă ($\alpha = 1$), iar compoziția benzinei este:

$c = 85 \% C$ și $h = 15 \% H_2$, să se determine consumul orar de combustibil

$m \left(\frac{\text{kgB}}{\text{h}} \right)$. Se consideră pentru aer: $r_L = 287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$, $M_L = 29 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$.

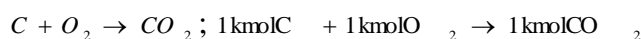
Debitul volumic orar de aer este: $\dot{V}_L = \frac{n}{2} \cdot 60 \cdot V_a \left(\frac{\text{cicli}}{\text{h}} \cdot \frac{\text{m}^3}{\text{ciclu}} \rightarrow \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \right)$

$$\dot{V}_L = \frac{3000}{2} \cdot 60 \cdot 1300 \cdot 10^{-6} = 117 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

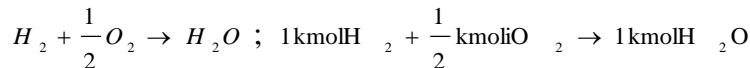
Debitul masic de aer este:

$$\dot{m}_L = \frac{p_1 \dot{V}_L}{r_L T_1} = \frac{1 \cdot 10^5 \cdot 117}{287 \cdot 293} = 139,13 \frac{\text{kgL}}{\text{h}}$$

Se scriu ecuațiile de ardere (în kg) pentru C și H_2 :



$$12 \text{ kg} C + 32 \text{ kg} O_2 = 44 \text{ kg} CO_2 \quad \left| \cdot \frac{0,85}{12} \right.$$



$$2 \text{ kg} H_2 + 16 \text{ kg} O_2 = 18 \text{ kg} H_2O \quad \left| \cdot \frac{0,15}{2} \right.$$

$$O_{2t} = 32 \cdot \frac{0,85}{12} + 16 \cdot \frac{0,15}{2} = 3,46 \frac{\text{kg} O_2}{\text{kgB}}$$

$$L_t = \frac{O_{2t}}{0,23} = \frac{3,46}{0,23} = 15,04 \frac{\text{kgL}}{\text{kgB}}$$

Consumul orar de combustibil va fi:

$$\dot{m}_B = \frac{\dot{m}_L}{L_t} \left(\frac{\frac{\text{kgL}}{\text{h}}}{\frac{\text{kgL}}{\text{kgB}}} \rightarrow \frac{\text{kgB}}{\text{h}} \right)$$

$$\dot{m}_B = \frac{139,13}{15,04} = 9,25 \frac{\text{kgB}}{\text{h}}$$

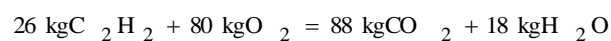
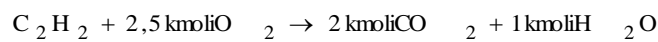
Obs. Știind densitatea benzinei $\rho \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$, se poate calcula consumul orar

de combustibil în $\frac{1}{h} \left(\frac{\text{dm}^3}{h} \right)$: $\dot{V}_B = \frac{\dot{m}_B}{\rho \cdot 10^{-3}} \left[\frac{1}{h} \right]$

Problema 10 Cantitatea $m = 10 \text{ kg}$ de gaz combustibil este formată dintr-un amestec stoichiometric de acetilenă (C_2H_2) și oxigen. Să se determine căldura obținută prin ardere, puterea calorică a acetilenei fiind $H_i = 48294 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$.

Căldura de ardere va fi: $Q = m_{C_2H_2} \cdot H_i \text{ (kJ)}$

Se scrie ecuația de ardere a acetilenei: $C_2H_2 + \frac{5}{2}O_2 \rightarrow 2CO_2 + H_2O$



Rezultă sistemul:

$$\begin{cases} \frac{m_{C_2H_2}}{m_{O_2}} = \frac{26}{80} \\ m_{C_2H_2} + m_{O_2} = 10 \end{cases} \rightarrow m_{C_2H_2} = 2,45 \text{ kg}$$

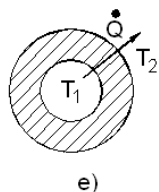
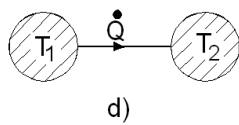
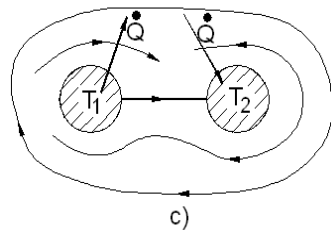
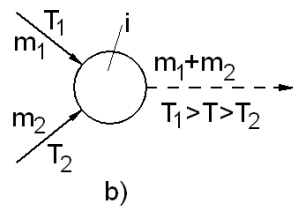
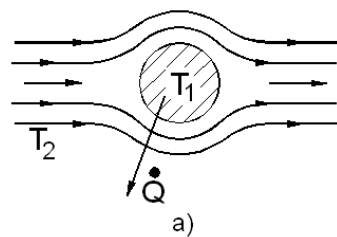
iar căldura va fi: $Q = 2,45 \cdot 48294 = 118,320 \text{ kJ}$

CURS 6

TRANSMITEREA CĂLDURII

1.1. Generalități

Dacă două corpuri cu temperaturi diferite ($T_1 > T_2$) sunt puse în contact termic, atunci ele tind spre echilibru termic, ajungând la aceeași temperatură



(primul postulat al termodinamicii). Cele două corpuri, considerate surse de căldură, fac un schimb de căldură pe timp infinit, dacă se consideră că au dimensiuni infinite de mari.

S-a arătat că schimbul de căldură sub diferențe finite de temperatură este un proces ireversibil. Acest proces de transfer de căldură este de mare importanță în tehnică și poate fi folositor sau nefolositor. Într-un sistem termodinamic motor, transferul de căldură către mediu exterior nu este dorit, deoarece scade randamentul de utilizare a căldurii combustibilului ars. Tot ca proces nedorit este și transportul căldurii la distanță prin intermediul unui purtător de căldură (un fluid cald care circulă prin conducte), unde cedarea de căldură în timpul transportului constituie o pierdere de energie.

Transmiterea căldurii studiază modurile de transmitere a căldurii, tipul și calculul schimbătoarelor de căldură. Analog cu legea lui Ohm (pentru circuite electrice), intensitatea

schimbului de căldură \dot{Q} poate fi scrisă ca un raport între diferența de potențial termic ΔT dintre cele două corpuri și valoarea rezistenței termice de contact R_t , adică:

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_t} = \frac{T_1 - T_2}{R_t} \text{ [W]}; \quad R_t \left[\frac{\text{K}}{\text{W}} \right].$$

Fig.12.1. Moduri de transmitere a căldurii..

Tipul contactului dintre cele două corpuri cu temperaturi diferite condiționează modul în care se efectuează schimbul de căldură dintre ele și depinde de starea lor de agregare. În Fig.12.1 sunt redată câteva moduri de contact termic și anume:

a. Contactul dintre un corp solid cu temperatura T_1 și un fluid cu temperatura T_2 . Fluidul spală întreaga suprafață exterioară a corpului solid.

Fluxul termic \dot{Q} este orientat în sensul descreșterii temperaturii. Căldura primită poate fi transportată la distanță prin intermediul fluidului. Acest schimb de căldură dintre un corp solid și un fluid se numește **convecție** a căldurii.

b. Contactul dintre două fluide care se amestecă într-o incintă. În acest caz schimbul de căldură se face izobar prin **amestecare**, procesul fiind studiat în cadrul termodinamicii.

c. În acest caz cele două corpuri sunt separate printr-un mediu fluid, deci se face un contact indirect între corpuri printr-un mediu de separare, care face posibil transferul fluxului de căldură.

d. În acest caz cele două corpuri sunt separate printr-un mediu gazos rarefiat, la limită se poate considera că trecerea fluxului termic se face printr-un spațiu vidat. În acest caz nu există un fluid purtător de flux termic, totuși există un schimb de căldură între corpuri, purtătorul de căldură fiind **oscilația electromagnetică** care posedă manifestări termice într-o bandă îngustă de frecvențe. Acest mod de transmitere a energiei termice prin oscilații electromagnetice poartă denumirea de **radiație termică**.

e. Două fluide cu temperaturi diferite fac schimb de căldură printr-un perete solid. Aici procesul de transfer de căldură este un proces complex: între fluidul cu temperatura T_1 și perete are loc un schimb de căldură prin convecție, însă masa solidă nu permite existența unui curent material microscopic. Moleculele solidului sunt legate într-o rețea și nu au posibilitatea efectuării unor mișcări oscilatorii în jurul unei poziții de echilibru. Trecerea fluxului de căldură se face din aproape în aproape, de la moleculele suprafeței în legătură cu fluidul cald până la moleculele suprafeței în legătură cu fluidul rece. Acest mod de trecere a fluxului termic printr-un solid se numește **conducție a căldurii**.

În concluzie, sunt trei moduri elementare de transmitere a căldurii:

I. Prin conducție, caracteristic trecerii căldurii din aproape în aproape, de la moleculă la moleculă, proces corespunzător trecerii fluxului termic prin corpurile solide sau prin straturi foarte subțiri de fluide în repaos.

II. Prin convecție, purtătorul de căldură fiind curentul de fluid și este cazul schimbului de căldură prin contactul direct dintre o suprafață solidă și un mediu fluid (lichid sau gaz).

III. Prin radiație, proces caracteristic trecerii fluxului termic prin spațiu vidat sau printr-un gaz transparent termic, purtătorul de căldură fiind oscilația electromagnetică. În realitate, schimbul de căldură dintre corpuri se face complex, întâlnindu-se cel puțin 2 forme simple de transmitere a căldurii.

1.2. Conducția căldurii în regim staționar prin peretele plan, cilindric și sferic

Câmp termic. Legea lui Fourier.

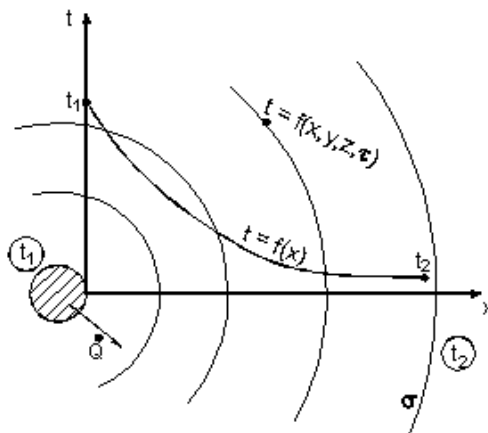


Fig.12.2. Câmpul de temperatură.

Se consideră un corp solid care are la suprafață temperatura t_1 și care se găsește într-un fluid cu temperatura $t_2 < t_1$ (Fig.12.2).

Se consideră că solidul posedă o sursă interioară de căldură care compensează căldura cedată fluidului (deci $t_1 = ct$).

Măsurându-se temperaturile cu o sondă termometrică, se poate trasa $t = f(x)$, unde x reprezintă distanța la care se execută măsurătoarea pe o anumită direcție.

Prin **câmp termic** al unui corp se înțelege totalitatea valorilor temperaturii prin care se caracterizează, la un moment dat, spațiul din jurul corpului considerat.

Se deosebesc 2 cazuri:

1. Dacă temperatura într-un punct rămâne constantă în timp, ecuația câmpului termic poate fi scrisă sub forma: $t = f(x, y, z)$, iar câmpul se numește câmp termic staționar.

2. Dacă solidul nu posedă surse interioare de căldură, atunci în urma cedării neconținute de căldură către fluid, temperatura sa t_1 se micșorează, deci

Într-un punct temperatura va depinde atât de poziția punctului cât și de timp după ecuația $t = f(x, y, z, \tau)$, iar câmpul termic se numește **câmp termic netaționar**. Câmpul termic netaționar se întâlnește la răcirea și încălzirea corpurilor. Prin **suprafață izotermică** se înțelege locul geometric al tuturor punctelor care au aceeași temperatură la un moment dat. În cazul câmpului termic staționar suprafețele izotermice își păstrează poziția și forma neschimbate în timp, iar în cazul câmpului termic netaționar suprafețele izotermice își modifică poziția sau/și forma; suprafața izotermică σ (sau S) se apropie de corp dacă acesta se răcește și se depărtează dacă se încălzește. Deoarece într-un punct nu se pot găsi două temperaturi diferite în același moment, va rezulta că suprafețele izotermice *nu se intersectează*.

Se consideră o suprafață izotermică S [m^2] în câmpul termic al corpului; în intervalul de timp τ [s] prin S trece căldura Q . Prin **flux termic** sau **flux de căldură** se înțelege căldura care trece prin S în unitate de timp, adică:

$$\dot{Q} = \frac{Q}{\tau} [\text{W}]; 1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$$

Prin **densitate de flux termic** se înțelege fluxul termic care trece prin unitatea de suprafață, adică:

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{S} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

Se consideră două suprafețe izotermice S_1 și S_2 foarte apropiate cu temperaturile t , respectiv $t+dt$ (Fig.12.3). Variația temperaturii pe unitatea

de lungime, pentru o direcție oarecare \bar{l} , va fi: $\frac{\Delta t}{\Delta l} \left[\frac{\text{grad}}{\text{m}} \right]$.

Variația maximă a temperaturii pe unitatea de lungime se obține dacă

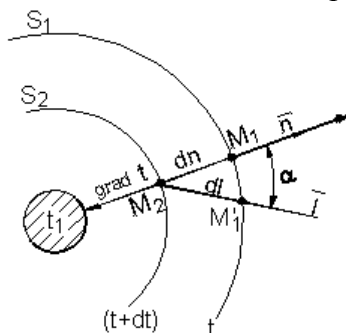


Fig.12.3 Variația temperaturii.

dreapta \bar{l} este normala \bar{n} la ambele suprafețe izotermice t și $t+dt$, adică $dn = M_1 M_2$.

În general, printr-un punct M se poate duce o normală comună la ambele suprafețe izotermice, numai dacă cele două suprafețe sunt infinit de apropiate, lungimea normalei devenind dn ($\Delta n \rightarrow dn$), iar diferența de temperatură devine infinit de mică (dt).

Variația maximă a temperaturii pe unitate de lungime se numește **gradient al**

temperaturii :

$$\text{grad } t = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta t}{\Delta n} = \frac{dt}{dn} \text{ [grd/m]}$$

Gradientul de temperatură este un vector orientat după direcția normală la suprafețele izotermice considerate. $dn > 0$, deci semnul gradientului este dat de semnul variației de temperatură dt .

Se consideră două suprafețe izotermice într-un **mediu solid** (Fig.12.4).

Se izolează un element de suprafață dS prin care fluxul termic elementar este:

$$\delta Q = q \cdot dS \text{ [W]}$$

Analog cu legea lui Ohm, se poate scrie: $\delta Q = \frac{dt}{R_t}$

R_t - este rezistența termică a tubului de material cuprins între puncte M_1 și M_2 , având secțiunea: $dS \cdot \cos \alpha$.

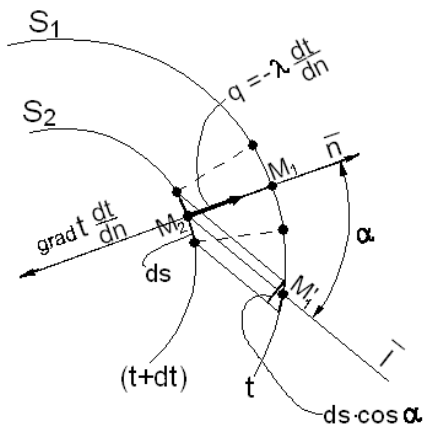


Fig.12.4 Rezistența termică.

Prin analogie cu rezistența electrică a unui conductor electric care se scrie:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = \frac{1}{k \cdot S}$$

unde: ρ - rezistența electrică

$$k = \frac{1}{\rho} \text{ -conductivitatea}$$

electrică.

Se poate scrie și rezistența termică a tubului de material orientat după direcția $M_1 M_2$:

$$R_t = \frac{dl}{\lambda \cdot dS \cdot \cos \alpha}$$

Se observă că rezistența termică minimă corespunde pentru $\alpha = 0$, adică $\cos 0 = 1$, pentru care dS este maximă, iar dl este minimă ($dl \rightarrow dn$). Rezultă:

$$R_t = \frac{dn}{\lambda \cdot dS}$$

Atât pe direcția normală, cât și pe direcția oarecare \vec{i} , există aceeași diferență de temperatură dt , iar fluxul termic va fi orientat după direcția **rezistenței termice minime**, adică după direcția normală \vec{n} . Se scrie:

$$\delta \dot{Q} = q \cdot dS = - \frac{dt}{R_t} = - \frac{dt}{\lambda \cdot dS} = -\lambda \cdot dS \cdot \frac{dt}{dn} = -\lambda \cdot dS \cdot \text{grad } t$$

Pentru densitatea fluxului termic q se scrie:

$$q = \frac{\delta \dot{Q}}{dS} = -\lambda \cdot \text{grad } t$$

$$q = -\lambda \cdot \text{grad } t$$

Această ecuație reprezintă **legea lui Fourier**, care se enunță astfel: densitatea fluxului termic este direct proporțională cu gradientul de temperatură și este reprezentată printr-un vector opus gradientului de temperatură. Coeficientul de proporționalitate, notat cu λ , reprezintă **conductivitatea termică** și este o caracteristică a suprafeței prin care trece fluxul termic de conducție. Fluxul termic se obține prin integrare ($\lambda = \text{ct.}$):

$$\dot{Q} = - \int \lambda \cdot \text{grad } t \cdot dS = -\lambda \int \frac{dt}{dn} dS$$

Integrarea acestei ecuații este foarte laborioasă; se pot obține soluții simple numai când suprafețele izotermice sunt exprimate prin ecuații simple, cum ar fi suprafețele plane, sferice, cilindrice.

Unitățile de măsură pentru λ sunt: $[\lambda] \rightarrow \frac{[q]}{[\text{grad} \cdot t]} \rightarrow \frac{W}{m^2 \cdot \frac{K}{m}} \rightarrow \frac{W}{m \cdot K}$

În general λ depinde de temperatură. Se consideră:

$$\lambda_t = \lambda_0 (1 + at)$$

unde λ_0 este conductivitatea termică la temperatura de 0°C .

În calculele practice, dezvoltate în intervalul de temperatură $\Delta t = t_1 - t_2$, valoarea constantă a lui λ se ia drept media aritmetică, adică:

$$\lambda_m = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} \text{ sau se ia valoarea lui } \lambda \text{ pentru } t_m = \frac{t_1 + t_2}{2}.$$

În funcție de valoarea lui λ , corpurile se clasifică în:

- termoconductoare ($\lambda > 1$).
- termoizolante ($\lambda < 1$).

Conductivitatea termică a gazelor este cuprinsă între: $0,0058 \div 0,58 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ și de obicei crește odată cu creșterea temperaturii. Pentru amestecurile de gaze λ se determină experimental.

Pentru lichide $\lambda \in (0,09 - 0,7) \text{ W/m} \cdot \text{K}$ și în general scade odată cu creșterea temperaturii, cu excepția apei și a glicerinei.

Materialele de construcție și cele termoizolante au λ cuprinsă între $0,023 \div 3 \text{ W/m} \cdot \text{K}$; valoarea lui λ crește odată cu creșterea temperaturii, însă depinde de porozitatea și umiditatea materialului.

Metalele sunt în general termoconductoare, au λ cuprinsă între $2 \div 420 \text{ W/m} \cdot \text{K}$, iar pentru aliaje λ se determină experimental.

1.3. Conducția căldurii în regim staționar prin peretele plan omogen

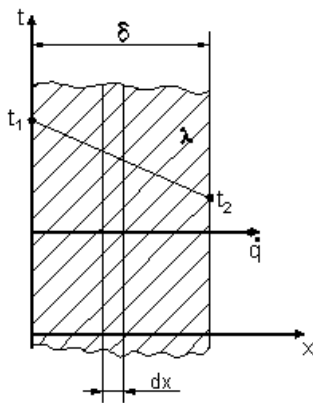


Fig.12.5 Conducția căldurii în regim staționar prin peretele plan omogen.

Se consideră un perete plan de grosime δ și conductivitate λ care are suprafețele izoterme paralele cu suprafețele limitatoare ale peretelui(Fig.12.5).

După legea lui **Fourier**: $\dot{Q} = -\lambda \cdot \text{grad} \cdot t \cdot S$ ($dS = dy \cdot dz$), densitatea fluxului termic este :

$$q = \frac{\dot{Q}}{S} = -\lambda \cdot \text{grad} \cdot t = -\lambda \cdot \frac{dt}{dx} \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right)$$

$$dt = -q \frac{dx}{\lambda} = -\frac{q}{\lambda} \cdot dx$$

Ecuția de mai sus reprezintă **ecuația diferențială** a câmpului termic prin peretele plan. Prin integrare se obține:

$t = -\frac{q \cdot x}{\lambda} + C$ - ecuația unei drepte în planul t - x , deci temperatura variază liniar după normala la perete. Condițiile limită sunt: $x = 0$; $t = t_1$; $c = t_1$

$x = \delta$; $t = t_2$; $t_2 = -q \frac{\delta}{\lambda} + t_1$. Rezultă: $q = \frac{\lambda}{\delta}(t_1 - t_2)$

Fluxul termic pe întreaga suprafață va fi: $\dot{Q} = q \cdot S = \frac{\lambda}{\delta} \cdot S(t_1 - t_2)$

Rezistența termică totală a peretelui va fi:

$$R_t = \frac{t_1 - t_2}{\dot{Q}} = \frac{(t_1 - t_2)}{\frac{\lambda}{\delta} \cdot S(t_1 - t_2)} = \frac{\delta}{\lambda \cdot S} \left(\frac{\text{grd}}{\text{W}} \right)$$

Rezistența specifică ($S = 1 \text{ m}^2$): $r_t = R_t \cdot S = \frac{\delta}{\lambda} \left(\frac{\text{grd} \cdot \text{m}^2}{\text{W}} \right)$

Regimul staționar corespunde atunci când fluxul termic care pătrunde prin fața în contact cu fluidul cald este cedat integral sursei reci. În caz contrar regimul devine nestabilizat (câmp termic nestaționar), ecuațiile de mai sus nu mai sunt valabile deoarece: $t = f(x, \tau)$.

1.4. Conducția căldurii în regim staționar prin peretele plan

neomogen.

Se consideră un perete format din trei straturi de grosimi $\delta_1, \delta_2, \delta_3$, cu conductivitățile termice $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ (Fig.12.6). Prin măsurători directe se pot determina temperaturile t_1 și t_4 . Se

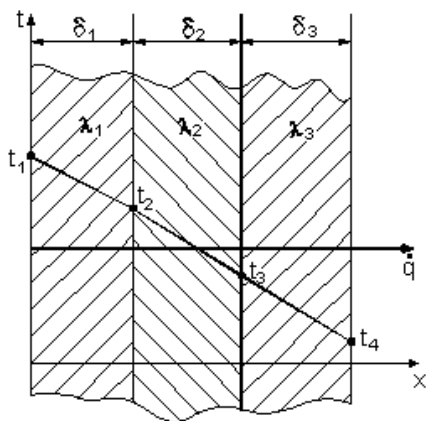


Fig.12.6 Conducția căldurii în regim staționar prin peretele plan neomogen.

consideră necunoscute q și temperaturile de contact dintre fețe: t_2 și t_3 . Densitatea fluxului termic va fi:

$$\begin{aligned} q &= \frac{\lambda_1}{\delta_1}(t_1 - t_2) = \frac{\lambda_2}{\delta_2}(t_2 - t_3) = \\ &= \frac{\lambda_3}{\delta_3}(t_3 - t_4) \end{aligned}$$

$$t_1 - t_2 = \dot{q} \cdot \frac{\delta_1}{\lambda_1} = \dot{q} \cdot r_{t1}$$

de unde rezultă:

$$t_2 - t_3 = \dot{q} \cdot \frac{\delta_2}{\lambda_2} = \dot{q} \cdot r_{t2}$$

$$t_3 - t_4 = \dot{q} \cdot \frac{\delta_3}{\lambda_3} = \dot{q} \cdot r_{t3}$$

Prin însumare se obține:

$$t_1 - t_4 = \dot{q} \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} \right) = \dot{q} (r_{t1} + r_{t2} + r_{t3}) = \dot{q} \cdot r_t$$

$r_t = \sum r_{ti}$ (analog ca pentru legarea în serie a rezistențelor electrice: $R_s = \sum R_i$). Fluxul termic este același prin toate rezistențele (idem ca și intensitatea curentului electric la legarea în serie), iar diferența totală de temperatură ($t_1 - t_4$) este egală cu suma diferențelor parțiale de temperatură (idem ca tensiunea U la legarea în serie: $U_{AB} = \sum U_{ij}$).

Densitatea fluxului termic va fi:

$$\dot{q} = \frac{t_1 - t_4}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}}$$

Pentru un **perete plan neomogen** alcătuit din n straturi, densitatea de flux

termic este :

$$\dot{q} = \frac{t_1 - t_{n+1}}{r_t} = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}}$$

Cunoscând densitatea fluxului termic \dot{q} , se pot determina temperaturile suprafețelor de contact dintre straturi cu ajutorul ecuațiilor diferențiale de temperatură:

$$t_2 = t_1 - \dot{q} \cdot \frac{\delta_1}{\lambda_1} \quad t_3 = t_2 - \dot{q} \cdot \frac{\delta_2}{\lambda_2} = t_4 + \dot{q} \cdot \frac{\delta_3}{\lambda_3}$$

Temperatura variază liniar pe normala la perete prin fiecare strat, rezultând o linie frântă $t = f(x)$.

1.5. Conducția căldurii în regim staționar prin peretele cilindric omogen

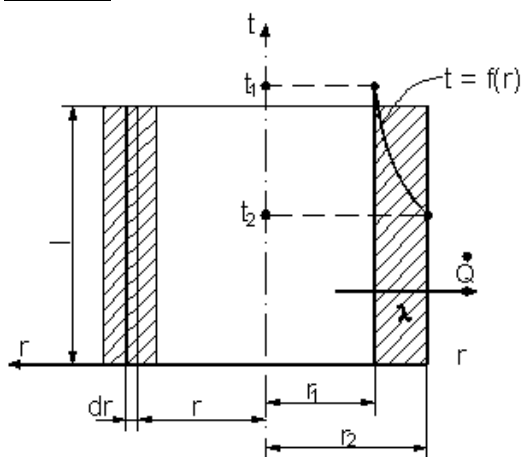


Fig.12.7 Conducția căldurii în regim staționar prin peretele cilindric omogen.

Se consideră un cilindru cu raza interioară r_1 , raza exterioară r_2 și lungimea l (Fig.12.7). Se admite că suprafețele izoterme sunt cilindrice, normala la aceste suprafețe are direcție radială, iar gradientul de temperatură are forma ($t_1 > t_2$):

$$\text{grad} \cdot t = \frac{dt}{dr}; S = 2\pi \cdot r \cdot l.$$

Legea lui Fourier se scrie:

$$\dot{Q} = \lambda \cdot \text{grad} \cdot t = -2\pi \cdot r \cdot l \cdot \lambda \cdot \frac{dt}{dr}$$

Rezultă:

$$dt = -\frac{\dot{Q}}{2\pi \cdot \lambda \cdot l} \cdot \frac{dr}{r}$$

iar prin integrare: $t = -\frac{\dot{Q}}{2\pi \cdot \lambda \cdot l} \ln r + C$ - ecuația unei curbe logaritmice.

Deci, temperatura variază logaritmic pe direcția radială a peretelui cilindric. Condițiile la limită sunt:

$$\left. \begin{array}{l} r = r_1 \\ t = t_1 \end{array} \right\} \rightarrow C = t_1 + \frac{\dot{Q}}{2\pi \cdot \lambda \cdot l} \ln r_1$$

$$\left. \begin{array}{l} r = r_2 \\ t = t_2 \end{array} \right\} \rightarrow t_2 = -\frac{\dot{Q}}{2\pi \cdot \lambda \cdot l} \ln r_2 + \frac{\dot{Q}}{2\pi \cdot \lambda \cdot l} \ln r_1 + t_1$$

$$\text{Se poate scrie: } t_1 - t_2 = \frac{\dot{Q}}{2\pi \cdot \lambda \cdot l} \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{\dot{Q}}{2\pi \cdot \lambda \cdot l} \ln \frac{d_2}{d_1}$$

Fluxul termic \dot{Q} va fi:

$$\dot{Q} = \frac{2\pi \cdot \lambda \cdot l}{\ln \frac{d_2}{d_1}} (t_1 - t_2); t_1 > t_2$$

Rezistența termică a peretelui cilindric fiind:

$$\dot{Q} = \frac{t_1 - t_2}{R_t}; R_t = \frac{t_1 - t_2}{\dot{Q}} = \frac{\ln \frac{d_2}{d_1}}{2\pi \cdot \lambda \cdot l} \left(\frac{\text{grad}}{\text{W}} \right)$$

Fluxul termic unitar (sau pe unitatea de lungime) este:

$$q_1 = \frac{\dot{Q}}{l} = \frac{2\pi \cdot \lambda \cdot (t_1 - t_2)}{\ln \frac{d_2}{d_1}} \left(\frac{\text{W}}{\text{m}} \right)$$

Raportând fluxul unitar la suprafața interioară a cilindriului se obține **densitatea fluxului termic**:

$$q_{s_1} = \frac{\dot{q}_1}{2\pi \cdot r_1 \cdot l} = \frac{\lambda(t_1 - t_2)}{r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right)$$

$$q_{s_2} = \frac{\dot{q}_1}{2\pi \cdot r_2 \cdot l} = \frac{\lambda(t_1 - t_2)}{r_2 \cdot \ln \frac{d_2}{d_1}} \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right)$$

$$q_{s_1} \neq q_{s_2}$$

În cazul când conducția se efectuează printr-un perete cilindric subțire ($d_1 \approx d_2$), se poate folosi ecuația stabilită pentru peretele plan, considerându-se un diametru mediu și aria $S = \pi \bar{d} \cdot l$:

$$\bar{d} = \frac{d_1 + d_2}{2}$$

$\delta = r_2 - r_1$ - grosimea peretelui.

În acest caz **densitatea fluxului termic** va fi:

$$\frac{\dot{Q}}{S} = q = \frac{\dot{Q}}{\pi \cdot d \cdot l} = \frac{\lambda}{\delta} (t_1 - t_2) = \frac{\lambda}{r_2 - r_1} (t_1 - t_2) \left(\frac{W}{m^2} \right)$$

Fluxul termic unitar va fi:

$$q_1 = \frac{\dot{Q}}{1} = \frac{\pi \cdot d \cdot \lambda \cdot (t_1 - t_2)}{r_2 - r_1} \left(\frac{W}{m} \right).$$

1.6. Conducția căldurii în regim staționar prin peretele cilindric neomogen

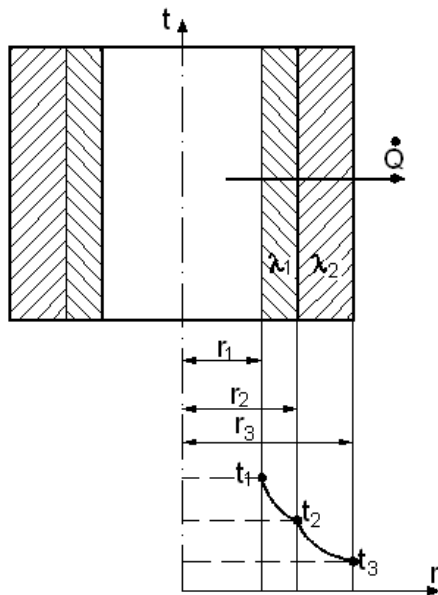


Fig.12.8 Conducția căldurii în regim staționar prin peretele cilindric neomogen.

Se consideră un cilindru neomogen (λ_1, λ_2) prin care trece un fluid cu temperatura t_1 la peretele interior și t_3 la peretele exterior (Fig.12.8). Situația este întâlnită frecvent în tehnică, în cazul unei conducte izolate termic cu straturi de diferite materiale.

Fluxul termic \dot{Q} se scrie:

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \frac{2\pi \cdot \lambda_1 \cdot l}{\ln \frac{r_2}{r_1}} (t_1 - t_2) = \\ &= \frac{2\pi \cdot \lambda_2 \cdot l}{\ln \frac{r_3}{r_2}} (t_2 - t_3) \end{aligned}$$

$$\dot{Q} = \frac{t_1 - t_2}{R_{t1}} = \frac{t_2 - t_3}{R_{t2}}$$

$$R_{t1} = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi \cdot \lambda_1 \cdot l} \left(\frac{\text{grd}}{W} \right); R_{t2} = \frac{\ln \frac{r_3}{r_2}}{2\pi \cdot \lambda_2 \cdot l} \left(\frac{\text{grd}}{W} \right)$$

$$\dot{Q} = \frac{t_1 - t_3}{R_{t_1} + R_{t_2}} = \frac{2\pi \cdot l \cdot (t_1 - t_3)}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2}}$$

Cunoscând \dot{Q} , se poate calcula temperatura t_2 : $t_2 = t_1 - \frac{\dot{Q} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1}}{2\pi \cdot \lambda_1 \cdot l}$

Pentru un perete cilindric cu n straturi:

$$\dot{Q} = \frac{2\pi \cdot l \cdot (t_1 - t_{n+1})}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \cdot \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}} \text{ (W)}$$

Temperaturile intermediare (t_2, t_3, \dots, t_n) se determină succesiv, știind temperaturile fețelor (t_1, t_{n+1}) și fluxul \dot{Q} . Variația temperaturii prin pereți este o succesiune de curbe logaritmice.

1.7. Conducția căldurii în regim staționar prin peretele sferic omogen

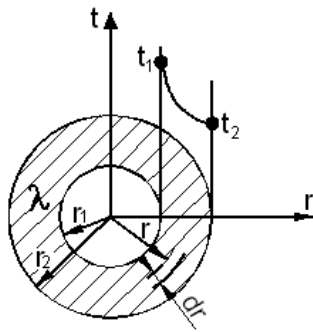


Fig.12.9. Conducția căldurii în regim staționar prin peretele sferic.

Acest caz se întâlnește la rezervoarele sferice sau la reactoarele chimice sferice. Se consideră o sferă goală, confecționată dintr-un material de conductivitate λ , cu raza interioară r_1 și raza exterioară r_2 . Se notează cu t_1 și t_2 temperaturile suprafețelor interioare și exterioare. Suprafețele izotermice intermediare sunt sfere concentrice cu sferile extreme, direcția normală fiind după direcția razei.(Fig. 12.9).

Se scrie legea lui **Fourier**($S = 4\pi \cdot r^2$):

$$\dot{Q} = -\lambda \cdot S \cdot \text{grad } t = -\lambda \cdot 4\pi \cdot r^2 \cdot \frac{dt}{dr}$$

$$dt = -\frac{\dot{Q}}{4\pi \cdot \lambda} \cdot \frac{dr}{r^2}$$

Prin integrare rezultă **ecuația câmpului termic**:

$$t = \frac{\dot{Q}}{4\pi \cdot \lambda} \cdot \frac{1}{r} + C \rightarrow \text{ecuația unei hiperbole.}$$

$$\text{Pentru: } \left. \begin{array}{l} r = r_1 \\ t = t_1 \end{array} \right\} \rightarrow C = t_1 - \frac{\dot{Q}}{4\pi \cdot \lambda} \cdot \frac{1}{r_1}$$

$$\left. \begin{array}{l} r = r_2 \\ t = t_2 \end{array} \right\} \rightarrow t_2 = \frac{\dot{Q}}{4\pi \cdot \lambda} \cdot \frac{1}{r_2} + t_1 - \frac{\dot{Q}}{4\pi \cdot \lambda} \cdot \frac{1}{r_1}$$

Rezultă:

$$t_1 - t_2 = \frac{\dot{Q}}{4\pi \cdot \lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{\dot{Q}}{2\pi \cdot \lambda} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right)$$

$$\text{Fluxul termic este: } \dot{Q} = \frac{4\pi \cdot \lambda (t_1 - t_2)}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} \text{ (W)}$$

$$\text{Rezistența termică: } R_t = \frac{t_1 - t_2}{\dot{Q}} = \frac{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}{4\pi \cdot \lambda} \left(\frac{\text{grd}}{\text{W}} \right)$$

Pentru peretele subțire se poate folosi ecuația conducției prin peretele plan omogen, luând $S = 4\pi \bar{r}^2 = \pi \cdot \bar{d}$, unde \bar{r} și \bar{d} sunt raza medie, respectiv, diametrul mediu al sferei. Grosimea peretelui este: $\delta = r_2 - r_1$.

$$\dot{Q} = \frac{\lambda}{\delta} \cdot S (t_1 - t_2) = \frac{4\pi \cdot \bar{r}^2 \cdot \lambda}{r_2 - r_1} \cdot (t_1 - t_2) \text{ (W)}$$

1.8. Conducția căldurii în regim staționar prin peretele sferic neomogen.

Se consideră o sferă goală formată din două straturi, cu raza interioară r_1 , cu raza exterioară r_3 și cu raza stratului de contact r_2 (Fig.12.10). Conductivitățile termice sunt λ_1 și λ_2 .

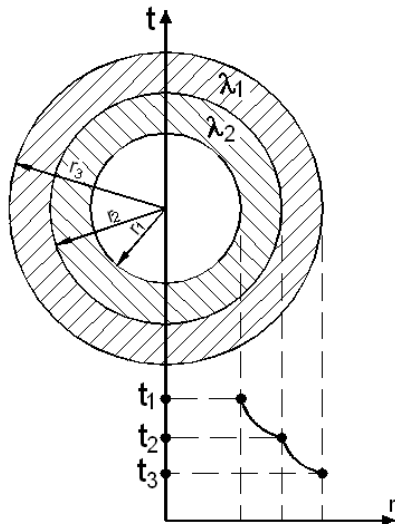


Fig.12.10 Conducția căldurii în regim staționar prin peretele sferic neomogen.

Fluxul termic:

$$\dot{Q} = \frac{t_1 - t_3}{R_{t_1} + R_{t_2}} \text{ (W)}$$

$$R_{t_1} = \frac{1}{4\pi \cdot \lambda_1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right); R_{t_2} = \frac{1}{4\pi \cdot \lambda_2} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right)$$

$$\dot{Q} = \frac{(t_1 - t_3)4\pi}{\frac{1}{\lambda_1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{1}{\lambda_2} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right)}$$

Pentru **n** straturi:

$$\dot{Q} = \frac{(t_1 - t_{n+1}) \cdot 4\pi}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{i+1}} \right)} \text{ (W)}$$

Temperaturile intermediare $t_2, t_3 \dots t_n$ se determină știind temperaturile exterioare t_1 și t_{n+1} , precum și

fluxul termic \dot{Q} . Variația temperaturii prin peretele sferic (pe direcția razei) neomogen reprezintă o succesiune de curbe hiperbolice.

1.9. Convecția căldurii fără schimbare de fază. Generalități. Principiile asemănării.

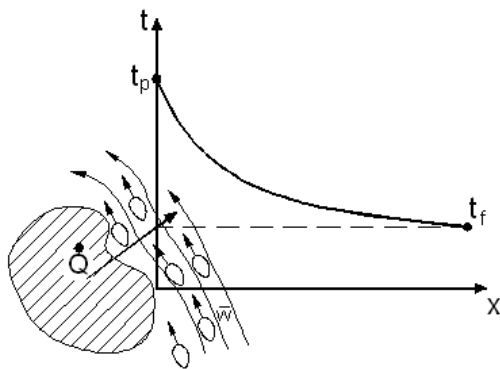


Fig.12.11 Convecția căldurii.

Convecția căldurii apare în cazul când un corp solid este în contact cu un fluid, între corpuri existând o diferență de temperatură. Se consideră un corp solid cu temperatura suprafeței t_p în contact cu un fluid cu temperatura t_f (Fig.12.11). Deplasarea fluidului se face datorită diferențelor de densitate dintre diversele zone din masa de fluid sau datorită altor cauze exterioare. Particulele de fluid care vin în contact cu faza

solidă vor prelua căldură de la aceasta, transportând-o mai departe, locul particulelor deplasate fiind ocupat de altele apropiate. Deformația câmpului termic este cu atât mai importantă cu cât viteza w a fluidului este mai mare. Pentru a ilustra acest fapt se consideră un corp cilindric pentru care s-a trasat suprafață izotermică t_1 (Fig. 12.12). s_{10} - suprafața izotermică pentru viteza $w = 0$ (formă cilindrică, coaxială cu cilindrul).

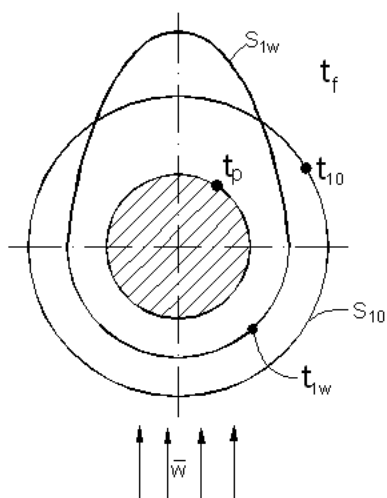


Fig.12.12 Deformația câmpului termic.

s_{1w} - suprafața izotermică pentru un

fluid care se deplasează cu viteza w față de perete; suprafața izotermică în acest caz este complet deformată (t_{1w}).

În acest caz aplicarea ecuației Fourier devine imposibilă. Chiar dacă se introduc ipoteze simplificatoare pentru a se efectua un calcul analitic se obțin erori de 100%, ceea ce este inadmisibil pentru tehnică.

Metoda practică de calcul se bazează pe rezultate experimentale obținute în laborator și se extinde la procese similare folosindu-se teoria similitudinii (asemănării).

Cu ajutorul teoriei asemănării, instalațiile sunt executate la scară redusă, procesul de

măsurare efectuându-se în laborator în mod cu totul asemănător ca la instalația reală. Calculul se face cu ajutorul ecuațiilor de invariații. Fenomenul de convecție depinde de o serie de factori ca:

- natura și intensitatea mișcării
- proprietățile fizice ale fluidului
- forma și așezarea suprafeței.

Deplasarea fluidului se face datorită unor cauze naturale sau artificiale.

Densitatea fluidului este $\rho = f(p, T)$, adică: $\rho = \frac{p \cdot M}{RT}$ (pentru gaz),

$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \gamma t}$ (lichid), deci fluidul cu densitate mai mică (mai cald) se ridică,

transportând căldura în zone mai îndepărtate de corpul cald, locul lui fiind luat de fluidul cu densitate mai mare din jur (deci mai rece). Se creează în

acest mod curenți de convecție liberă (naturală). Deplasarea fluidului se poate face și forțat, datorită unor cauze exterioare; realizându-se astfel o **convecție forțată**. Valoarea viscozității fluidelor influențează asupra vitezei de curgere a fluidelor, deci asupra fenomenului de convecție.

Se definește **difuzivitatea termică**, notată cu **a**, ca fiind:

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \left(\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right)$$

Temperaturile t_p și t_f influențează asupra intensității schimbului de căldură, fie prin valoarea parametrilor fizici care depind de temperatură ($\delta, \lambda, c_p, \eta, \nu, \text{etc.}$), fie direct prin diferența ($t_p - t_f$), care condiționează schimbul de căldură dintre suprafață și fluid. În concluzie, fluxul termic este o funcție de următorii parametri:

$$\dot{Q} = f(w, t_p, t_f, \lambda, c_p, l, \rho, \eta, F, \dots), \text{ unde:}$$

l – dimensiunea liniară a corpului;

F – forma corpului (notație simbolică).

Pentru calculul fluxului termic de convecție se folosește ecuația lui **Newton**:

$$\dot{Q} = \alpha \cdot S \cdot \Delta t \quad (\text{W})$$

unde: α - coeficientul superficial specific de transfer termic sau

coeficientul de convecție $\left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right)$.

S - suprafața exterioară a corpului solid (m^2).

Δt - diferența de temperatură de calcul (grd).

$$\Delta t = t_p - t_f \text{ sau } \Delta t = t_f - t_p$$

Deci coeficientul de convecție va depinde de:

$$\alpha = f(w, t_p, t_f, \lambda, c_p, l, \rho, \eta, F, \dots)$$

Pentru calculul bazat pe experiment s-a folosit **teoria similitudinii**.

Transmiterea căldurii prin convecție este un proces foarte complex, deoarece trebuie satisfăcute:

- ecuațiile Navier-Stokes de curgere a fluidului **viscos**;

- ecuațiile câmpului termic al fluidului din zonele apropiate de corp.

Aceste ecuații pot oferi numai condiții pe care să le satisfacă soluțiile generale de calcul, dar nu pot oferi soluții unice pentru cazurile concrete de convecție, chiar pentru cazurile cele mai simple.

Teoria similitudinii este singura metodă, cel puțin deocamdată, care poate oferi o concordanță relativ bună, în majoritatea cazurilor, între rezultatele calculate și cele măsurate. Rezultatele obținute în laborator pe instalații similare cu cele luate ca bază (dar la scară redusă), la care s-a respectat întocmai modul de desfășurare a fenomenelor fizice pentru ambele instalații, pot fi folosite pentru toate cazurile similare. Pentru ca două **instalații să fie asemenea** (în care se realizează transferul de căldură) trebuie respectate:

- Condițiile de asemănare geometrică a formei și dimensiunilor corpului în contact cu fluidul.
- Condițiile fizice ale fluidului.
- Condițiile de contur care țin seama de modul transferului de căldură la suprafața de contact cu fluidul.
- Condițiile de timp care țin seama de transferul căldurii în timp.

La o instalație de laborator se măsoară: \dot{Q} (W); t_p ($^{\circ}$ C); t_f ($^{\circ}$ C); s (m^2),

rezultând α :

$$\alpha = \frac{\dot{Q}}{s(t_p - t_f)} \left(\frac{W}{m^2 K} \right)$$

Mișcarea fluidului este stabilizată, în punctul considerat, atunci când forțele motoare sunt în echilibru cu forțele rezistente. În afară de echilibrul forțelor care condiționează mișcarea, trebuie să se considere și proprietățile fizice ale fluidului și anume:

- capacitatea fluidului de a primi și înmagazina căldura ;
- capacitatea fluidului de a transmite căldura primită prin convecție mai departe în masa de fluid.

Există diverse metode de analiză pentru găsirea unei ecuații convenabile unui caz determinat de convecție; în continuare se va utiliza **metoda Rayleigh**.

I. CONVECȚIA FORTATĂ

Se consideră un corp cilindric cu diametrul d suflat transversal de un fluid cu viteza w și temperatura t_f . Coeficientul de convecție α va depinde de:

$$\alpha = f(w, d, \lambda, \nu, \rho, c_p)$$

Obs. În afară de diametrul d , toți ceilalți parametri sunt ai fluidului.

Se admite că: $\alpha = K \cdot w^x \cdot d^y \cdot \lambda^z \cdot v^r \cdot \rho^s \cdot c_p^t$

Exponenții parametrilor se determină folosind **analiza dimensională**, scriindu-se unitățile pentru fiecare mărime:

$$[\alpha] = \frac{J}{m^2 \cdot s \cdot \text{grd}} ; [w] = \frac{m}{s} ; [d] = m ; [\lambda] = \frac{J}{m^2 \cdot s \cdot \text{grd}} ;$$

$$[v] = \frac{m^2}{s} ; [\rho] = \frac{kg}{m^3} ; [c_p] = \frac{J}{kg \cdot \text{grd}}$$

Ecuția de unități este :

$$\frac{J}{m^2 \cdot s \cdot \text{grd}} = K \left[\frac{m}{s} \right]^x \cdot [m]^y \cdot \left[\frac{J}{m \cdot s \cdot \text{grd}} \right]^z \cdot \left[\frac{m^2}{s} \right]^r \cdot \left[\frac{kg}{m^3} \right]^s \cdot \left[\frac{J}{kg \cdot \text{grd}} \right]^t$$

Pentru ca această ecuație să fie **omogenă** trebuie ca exponenții aceleiași mărimi de ambele părți ale ecuației să fie egali (*Tabelul 1*).

Tabelul 1

Mărimea	Unități de măsură	Relații între exponenți
Energii	J	$1 = z + t$
Lungimi	m	$-2 = x + y - z + 2r - 3s$
Timp	s	$-1 = -x - z - r$
Temperaturi	grd[K]	$-1 = -z - t$
Cantități	kg	$0 = s - t$

Se observă că acest sistem are **4 ecuații și 6 necunoscute**.

Deci se va lua ca bază $6-4 = 2$ necunoscute (variabile independente) în funcție de care se vor exprima restul de 4 exponenți.

Se aleg ca valori de referință (de exemplu): **x** și **s** și rezolvând sistemul se obțin:

$$t = s ; z = 1 - s ; r = s - x ; y = x - 1$$

Se obține: $\alpha = K \cdot w^x \cdot d^{x-1} \cdot \lambda^{1-s} \cdot v^{s-x} \cdot \rho^s \cdot c_p^s$ și separând mărimile de

puteri egale se obține: $\alpha = K \cdot \frac{\lambda}{d} \cdot \left(\frac{w \cdot d}{v} \right)^x \cdot \left(\frac{v \cdot \rho \cdot c_p}{\lambda} \right)^s$

dar: $\frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} = a$

Rezultă:

$$\frac{\alpha \cdot d}{\lambda} = K \left(\frac{w \cdot d}{\nu} \right)^x \cdot \left(\frac{\nu}{a} \right)^s$$

Aceste rapoarte adimensionale sunt denumite **invarianți** sau **criterii de similitudine** și poartă denumiri după numele cercetătorilor care s-au remarcat în domeniul mecanicii fluidelor sau al transmiterii căldurii, astfel:

$$N_u = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda} - \text{Criteriul Nusselt}; \text{ este un invariant termic și din acest}$$

invariant se află α , care se introduce în ecuația lui Newton: $Q = \alpha \cdot S \cdot \Delta t$.

$$R_e = \frac{w \cdot l}{\nu} = \frac{w \cdot l \cdot \rho}{\eta} - \text{Criteriul Reynolds}, \text{ folosit pentru convecția}$$

forțată, fiind în funcție de viteză.

$$P_r = \frac{\nu}{a} - \text{Criteriul Prandtl}, \text{ format exclusiv din parametri caracteristici}$$

proprietăților fizice ale fluidului.

Astfel pentru **convecția forțată** ecuația se scrie: $Nu = c \cdot R_e^m \cdot P_r^n$, unde:

l – dimensiunea determinată a corpului solid.

II. CONVECȚIA LIBERĂ

Se consideră cazul unui corp cilindric de diametru d , așezat în fluid staționar ($w = 0$); $t_p > t_f$. Se admite un punct în câmpul termic al corpului în care temperatura este t , astfel ca $t_f < t < t_p$.

Densitatea zonei mai calde este mai mică decât în zonele mai reci cu temperatura t_f , ceea ce provoacă apariția unei forțe ascensionale (de plutire) proporțională cu diferența de greutate:

$$F_m = (\rho_f - \rho) \cdot V \cdot g$$

dar:

$$\rho_f - \rho = \rho_0 \cdot \beta (t - t_f)$$

ρ_0 - densitatea la $t_0 = 0^\circ \text{C}$.

β - coeficient de compresibilitate izobară a fluidului (grad^{-1}).

Deci, forța motoare va fi:

$$F_m = f(\beta, \Delta t, g).$$

Forțele de rezistență și capacitate de primire și transmitere a căldurii sunt aceleași ca în cazul precedent:

$$\alpha = f(d, \beta, g, \rho, \eta, \lambda, \Delta t, c_p); \nu = \frac{\eta}{\rho} \text{ sau (după ce se grupează } \beta \cdot g \text{)}:$$

$$\alpha = K \cdot d^s \cdot (\beta \cdot g)^t \cdot \rho^u \cdot \eta^v \cdot \lambda^w \cdot \Delta t^x \cdot c_p^y$$

unde:

$$[\alpha] = \frac{J}{m^2 \cdot s \cdot \text{grd}}; [d] = m; [\beta \cdot g] = \frac{m}{s^2 \cdot \text{grd}}; [\eta] = \frac{kg}{m \cdot s};$$

$$[\lambda] = \frac{J}{m \cdot s \cdot \text{grd}}; [\Delta t] = \text{grd}; [c_p] = \frac{J}{kg \cdot \text{grd}}.$$

Ecuția de unități de măsură se scrie:

$$\frac{J}{m^2 \cdot s \cdot \text{grd}} = K \cdot (m)^s \cdot \left(\frac{m}{s^2 \cdot \text{grd}}\right)^t \cdot \left(\frac{kg}{m^3}\right)^u \cdot \left(\frac{kg}{m \cdot s}\right)^v \cdot \left(\frac{J}{m \cdot s \cdot \text{grd}}\right)^w \cdot (\text{grd})^x \cdot \left(\frac{J}{kg \cdot \text{grd}}\right)^y$$

Sistemul exponenților este dat în Tabelul 2.

Tabelul 2

Mărimea	Unități de măsură	Relații între exponenți
Energii	J	$1 = w + y$
Lungimi	m	$-2 = s + t - 3u - v - w$
Timp	s	$-1 = -2t - v - w$
Temperaturi	grd[K]	$-1 = -t - w - y + x$
Cantități	kg	$0 = u + v - y$

Rezultă un sistem de **5 ecuații** cu **7 necunoscute**.

Se vor lua ca bază : **7-5=2** necunoscute în funcție de care se vor exprima restul de exponenți. Se alege ca bază **x** și **y**; rezolvând sistemul se obține:

$$s = 3x - 1; v = y - 2x; t = x; w = 1 - y; u = 2x$$

Înlocuind în expresia coeficientului α se obține:

$$\alpha = K \cdot d^{3x-1} \cdot (\beta \cdot g)^x \cdot \rho^{2x} \cdot \eta^{y-2x} \cdot \lambda^{1-y} \cdot \Delta t^x \cdot c_p^y$$

Separând mărimile cu puteri egale, rezultă:

$$\alpha = K \cdot \frac{\lambda}{d} \left(\frac{\beta \cdot g \cdot d^3 \cdot \Delta t \cdot \rho^2}{\eta^2}\right)^x \cdot \left(\frac{\rho \cdot c_p}{\lambda}\right)^y; \nu = \frac{\eta}{\rho}.$$

$$\frac{\alpha \cdot d}{\lambda} = K \left(\frac{\beta \cdot g \cdot d^3 \cdot \Delta t}{\nu^2}\right)^x \cdot \left(\frac{\nu}{a}\right)^y; \eta = \nu \cdot \rho$$

unde: $G_r = \frac{\beta \cdot g \cdot d^3 \cdot \Delta t}{\nu^2}$ se numește criteriul **Grashof**, criteriul caracteristic

convecției libere, pentru care ecuația se scrie:

$$Nu = c \cdot G_r^m \cdot P_r^n$$

Deci, în general, pentru convecție (liberă și forțată) se scrie:

$$Nu = f(R_e, G_r, P_r)$$

În afară de invarianții R_e, G_r, P_r se mai întâlnesc și alții în literatura de specialitate, și anume:

Criteriul **Péclet**: $P_e = R_e \cdot P_r = \frac{w \cdot l}{a}$

Criteriu **Stanton**: $S_t = \frac{Nu}{R_e \cdot P_r} = \frac{Nu}{P_e} = \frac{\alpha}{w \cdot \rho \cdot c_p}$

Criteriul **Fourier**: $F_0 = \frac{a \cdot \tau}{l^2}$ - caracteristic pentru transmiterea căldurii în regim nestaționar (τ - timp).

Criteriu **Biot**: $B_i = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda_s}$, idem cu **Nu**, dar λ_s este conductivitatea termică a

solidului; la criteriul **Nusselt** $\lambda = \lambda_{\text{fluid}}$.

Acest criteriu este utilizat în procesele de conducție a căldurii în regim nestaționar prin corpurile solide. Știind forma ecuației criteriale pentru cazul respectiv de convecție trebuie să se determine constantele: **c, m, n**, precum și o serie de corecturi aduse ecuațiilor datorate observațiilor de laborator.

Obs. Condițiile de asemănare a fenomenelor fizice pot fi exprimate prin următoarele reguli:

1. Fenomenele similare trebuie să fie de aceeași natură fizică și să fie descrise de ecuații criteriale de aceeași formă.
2. În fenomenele asemenea criteriile de similitudine trebuie să fie egale.
3. Procesele asemenea trebuie să aparțină de același grup de fenomene.

Caracteristica de bază a **teoriei similitudinii** este aceea de înlocuire a mărimilor variabile obișnuite prin mărimi generalizate. Pe baza teoriei asemănării a rezultat că:

- Rezultatele unei cercetări în domeniul convecției căldurii trebuie să fie exprimate numai prin ecuații de invarianți.

- Mărimile care trebuie să se măsoare în cadrul cercetării sunt numai acele mărimi care intră componența invarianților.

Pentru ca o ecuație criterială, valabilă pentru un anumit caz de convecție, să poată fi utilizată, trebuie să se cunoască:

1. Dimensiunea liniară caracteristică ***l*** introdusă în invarianți. De exemplu, la curgerea fluidului în jurul unui corp cilindric, diametrul ***d*** este dimensiunea caracteristică; lungimea ***L*** a cilindrului are importanță numai dacă $L \leq d$ (în acest caz se introduce influența acestui raport); la curgerea fluidului în lungul cilindrului lungimea ***L*** are rol mai important decât diametrul ***d***, deci se consideră dimensiunea caracteristică.

2. Temperatura determinantă de calcul (în general T_{medie}).

3. Domeniul de valabilitate a ecuației. Nu se poate folosi ecuația criterială în afara limitelor extreme pentru care au fost efectuate cercetările.

1.10. Convecția liberă în spațiu nelimitat

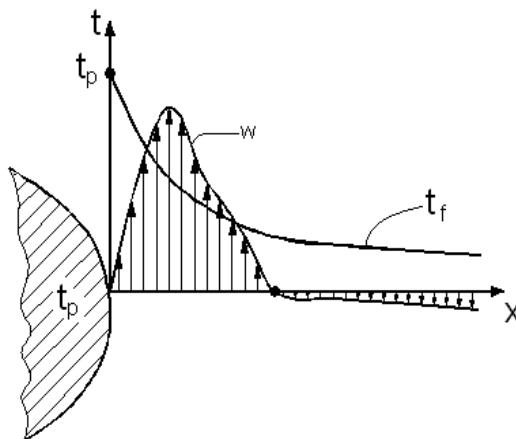


Fig.12.13. Convecția liberă în spațiu nelimitat.

În acest caz, în masa de fluid, apar curenți datorită diferenței de densitate dintre diversele zone ale fluidului (Fig.12.13).

Asupra unei zone de fluid de volum ***V*** din apropierea corpului cald ($t_p > t_f$) va acționa o forță ascensională (forță de plutire) care se scrie după legea lui **Arhimede**:

$$F = G_f - G = V \cdot g \cdot (\rho_f - \rho);$$

$$\rho_f > \rho.$$

ρ_f - densitatea fluidului la t_f .

ρ - densitatea fluidului la

$$t > t_f; \quad t_f < t < t_p.$$

Astfel, fluidul din zonă va fi antrenat în mișcare ascensională. Forțele de viscozitate vor acționa în sens invers curenților de fluid. Așadar, forța care va acționa asupra fluidului din zona considerată va fi egală cu rezultanta celor două forțe:

$$\bar{R} = \bar{F} - \bar{F}_{visc}.$$

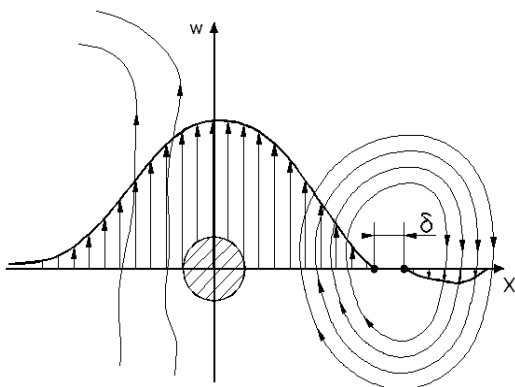


Fig.12.14. Circulația curenților de fluid la convecția liberă.

Deplasarea curentului cald spre zonele superioare ale spațiului ocupat de fluid ar produce o suprapresiune în aceste zone și depresiune în zonele inferioare. Acest dezechilibru al presiunilor crează un curent contrar, descendent, care va înlocui fluidul care urcă, apărând astfel o circulație de fluid (Fig.12.14). Dacă spațiul ocupat de fluid este suficient de mare, atunci poate să existe o zonă δ în care viteza fluidului să fie nulă. Această zonă

de repaos arată că cei doi curenți, ascendent și descendent, au suficient spațiu să se deplaseze liber, fără a se influența reciproc (acest caz corespunde cu fenomenul de **convecție liberă**).

Se consideră un perete sau o bară în poziție verticală cu capătul inferior liber. ($t_p > t_f$) În zona corpului apare curentul ascendent de fluid (Fig.12.15). Se disting 3 zone:

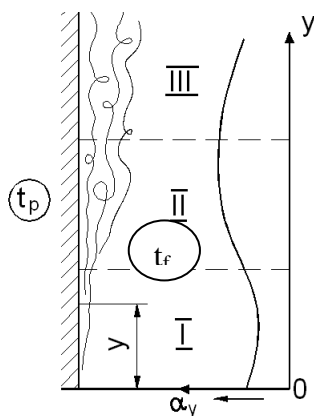


Fig.12.15. Perete vertical.

Zona I: masa de fluid antrenat crește liniar cu cota y , iar vectorul vitezei rămâne paralel cu peretele. În această zonă curgerea are un caracter **laminar** și trecerea căldurii de la perete la fluid se face mai mult prin conducție (particulele se deplasează după direcții paralele fără a se amesteca).

Zona II: în această zonă apar componente normale ale vitezei față de direcția de deplasare și crește treptat gradul de amestecare a particulelor de fluid; curgerea fluidului are un caracter **tranzitoriu**.

Zona III: aici apar mișcări **turbionare** și există o amestecare intensă a particulelor

de fluid, curgerea având un regim **turbulent**. **Coefficientul local superficial de transfer de căldură**, α_y , se determină cu relația:

$$\alpha_y = \frac{\partial \dot{Q}}{dS (t_p - t_f)}$$

unde $\partial \dot{Q}$, dS , t_p și t_f se pot măsura pe direcția oy .

Coefficientul local superficial de transfer de căldură, α_y , se poate trasa calitativ ca în Fig. 12.15.

În Fig.12.16 sunt ilustrate diferite cazuri de circulație a fluidului ($t_p > t_f$):

a – cilindru mic cu axă orizontală.

b – cilindru mare cu axă orizontală (la care zona turbulentă apare chiar în zona de contact dintre perete și fluid).

c – placă orizontală de dimensiuni reduse așezată cu fața caldă în sus.

d – placă orizontală de dimensiuni mari.

e – placă orizontală așezată cu fața caldă în jos (fluidul spală placa numai în zonele marginale, iar în zona centrală fluidul rămâne staționar).

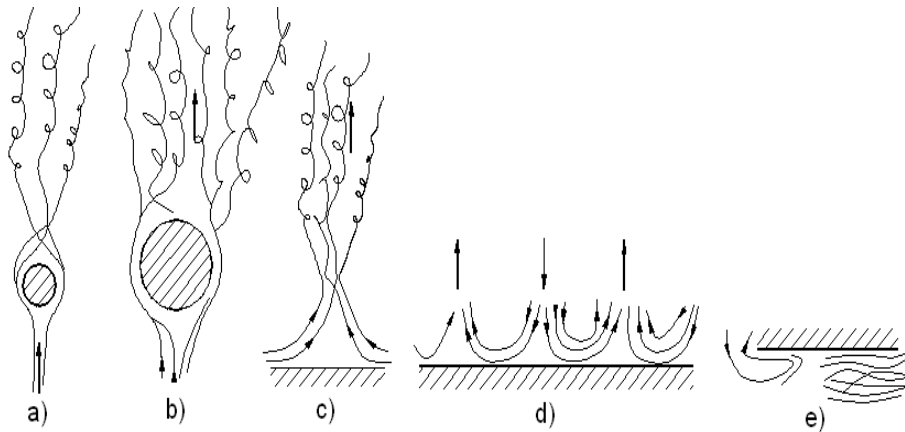


Fig.12.16. Cazuri diferite de circulație a fluidului.

Calculul convenției libere în spațiu nelimitat se face pornind de la ecuația:

$$Nu_m = f(Gr, Pr)_m$$

Temperatura determinată va fi:
$$t_m = \frac{t_p + t_f}{2}$$

Indicele m arată că parametrii fizici ai fluidului β , λ , γ , Pr se iau la temperatura medie de calcul t_m .

Prin cercetări efectuate cu diferite suprafețe s-a obținut o diagramă ca în Fig.12.17.

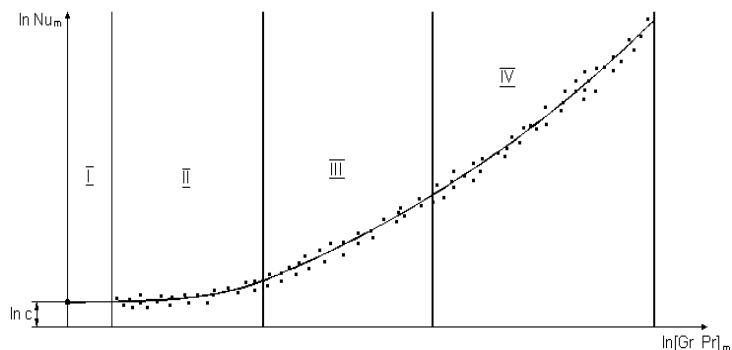


Fig.12.17. Diagrama $\ln Nu_m - \ln(GrPr)_n$.

Pentru simplificarea ecuației de calcul, s-a fracționat curba într-o serie de segmente de dreaptă, pentru diferite zone, fiecare segment fiind reprezentat de ecuația:

$$\ln Nu_m = n \cdot \ln (Gr \cdot Pr)_m + \ln C$$

Ecuția de mai sus poate fi scrisă exponențial: $Nu_m = C (Gr \cdot Pr)_m^n$, unde n este panta dreptei.

Pentru $\ln (Gr \cdot Pr)_m = 0$ rezultă: $\ln C = \ln Nu_m$

În Tabelul 3 sunt date valorile lui C și n pentru fiecare zonă.

Tabelul 3

Zona	$(Gr \cdot Pr)_m$	C	n
I	$10^{-4} \div 10^{-3}$	0,5	0
II	$10^{-3} \div 5 \cdot 10^{-2}$	1,18	$\frac{1}{8}$
III	$5 \cdot 10^{-2} \div 2 \cdot 10^7$	0,54	$\frac{1}{4}$
IV	$2 \cdot 10^7 \div 1 \cdot 10^{13}$	0,135	$\frac{1}{3}$

Ecuatia criterială poate fi scrisă și sub formă explicită:

$$\frac{\alpha \cdot l}{\lambda_m} = C \left(\frac{\beta_m \cdot g \cdot l^3 \cdot \Delta t}{\nu_m^2} \cdot \frac{\nu_m}{a_m} \right)^n$$

unde: $\Delta t = t_p - t_f$

Lungimea caracteristică **l** este pentru diferite corpuri:

- pentru corpurile cilindrice orizontale, sferice și cilindrice verticale, cu $d < 10 \text{ mm}$, se consideră **l=d**.
- pentru plăcile verticale și cilindri verticali cu $d > 10 \text{ mm}$ se consideră **l=h**, unde **h** este înălțimea.
- pentru plăcile orizontale dreptunghiulare cu dimensiunile $a \times A$ se consideră latura: **l=a** (**a** – latura mică).

$$\beta_m = \frac{1}{T_m} = \frac{1}{t_m + 273} \text{ (K}^{-1}\text{)} \text{ -coeficient de dilatare sau compresibilitate}$$

izobară.

Procedeul de calcul este următorul:

- se determină dimensiunea caracteristică **l** în funcție de forma și de așezarea corpului.

- se determină temperatura medie de calcul: $t_m = 0,5(t_p + t_f)$ și se scot din tabelele de proprietăți fizice ale fluidului parametrii: $\lambda_m, \nu_m, \beta_m$ și Pr_m .

Dacă Pr_m nu este trecut în tabele, se calculează: $Pr_m = \frac{\nu_m \cdot \rho_m \cdot C_{p_m}}{\lambda_m}$,

ρ_m și c_{p_m} - se scot din tabele la temperatura t_m .

- se calculează $(Gr \cdot Pr)_m$ și, în funcție de zonă, se află coeficientul **C** și exponentul **n**.

- se calculează invariantul : $Nu_m = C(Gr \cdot Pr)_m^n$.

- se calculează coeficientul de convenție : $\alpha_c = \frac{Nu_m \cdot \lambda_m}{l}$.

- se calculează fluxul termic: $\dot{Q} = \alpha \cdot S(t_p - t_f)$ (W)

Pentru diverse așezări ale plăcilor coeficientul de convecție va fi corectat, astfel fluxul corectat va fi calculat cu α' (avînd valori supraunitare).

1.11. Convecția liberă în spațiu limitat.

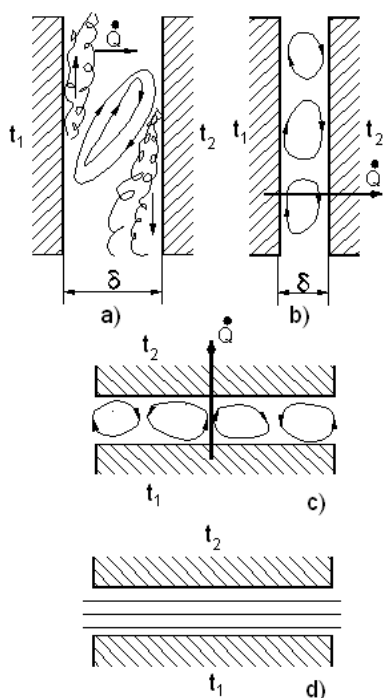


Fig.12.18 Convecția liberă în spațiu limitat

Când convecția liberă are loc într-un spațiu care nu permite deplasarea liberă a celor doi curenți, aceștia se vor frâna reciproc și, dacă spațiul este foarte restrâns, se poate produce chiar frânarea totală. Fenomenul poate avea loc în canale în care pereții opuși au temperaturi diferite : $t_1 > t_2$ (Fig 12.18):

- Convecție liberă în spațiu limitat în **canale late**; în acest caz curenții de fluid pot circula liber.

- În **canale înguste** curenții de fluid (ascendent și descendent) pot fracționa în **curenți locali**.

- Convecție liberă în **canale orizontale**; distanța dintre pereți permite formarea curenților locali de convecție ($t_1 > t_2$).

- În acest caz nu se mai formează curenți de convecție (inversiune de temperatură); fluidul rămâne în **stagnare** ($t_2 > t_1$).

Calculul trecerii căldurii de la un perete la celălalt al canalului se face după ecuațiile de conducție prin peretele plan sau cilindric, după caz; pentru a se ține seama de influența convecției, se corectează conductivitatea termică λ_f a fluidului printr-un coeficient de corecție ε_K , calculat cu ajutorul unei ecuații de invarianți apropiată de a convecției libere în spațiu nelimitat:

$$\varepsilon_K = f(\text{Gr} \cdot \text{Pr})$$

Pentru toate cazurile se consideră: $l = \delta$; $t_m = t_f = \frac{t_1 + t_2}{2}$.

Coeficientul corectat (conductivitatea echivalentă) va fi:

$$\lambda_{\text{ech}} = \varepsilon_K \cdot \lambda_f$$

Obs. Pentru cazul d) : $\lambda_{\text{ech}} = \lambda_f$ ($\varepsilon_K = 1$).

În urma cercetărilor experimentale s-a determinat dependența:
 $\varepsilon_K = f(\text{Gr} \cdot \text{Pr})$

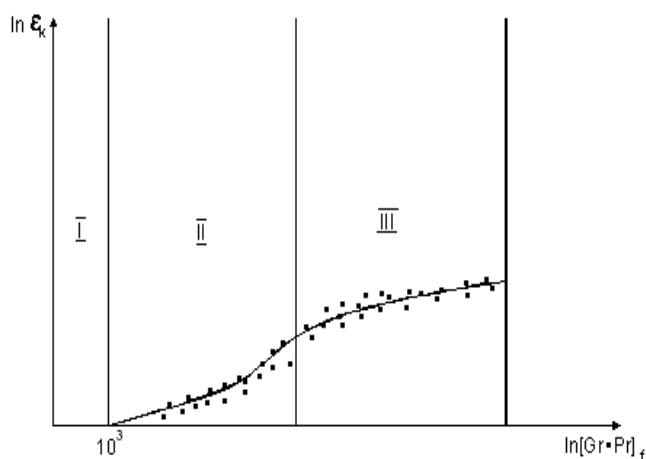


Fig.12.19 Diagrama $\ln\varepsilon_k - \ln[\text{GrPr}]_f$

Curba reprezentată Fig.12.19 este o curbă de interpolare între valori obținute prin cercetări experimentale. Procedul de calcul este similar ca la convecția liberă:

$$\varepsilon_k = C(\text{Gr} \cdot \text{Pr})_f^n$$

unde **C** și **n** sunt date în Tabelul 4

Tabelul 4

Zona	$(\text{Gr} \cdot \text{Pr})_f$	C	n
I	10^3	1	0
II	$10^3 \dots 10^6$	0,105	0,3
III	$10^6 \dots 10^{11}$	0,4	0,2

Se observă că pentru $(\text{Gr} \cdot \text{Pr})_f < 10^3$, influența convecției este complet neglijabilă. Pentru calcule aproximative se poate folosi relația:

$$\varepsilon_k = 0,18 (\text{Gr} \cdot \text{Pr})_f^{0,25}$$

cu rezultate satisfăcătoare pentru zonele II și III.

1.12. Convecția forțată a căldurii la curgerea fluidelor prin conducte și canale

Dacă circulația fluidului este provocată de cauze exterioare, atunci schimbul de căldură dintre perete și fluid se face prin **convecție forțată**. Se deosebesc două regimuri de curgere a fluidului:

- regim laminar
- regim turbulent

Între aceste două regimuri, cu caractere bine definite, se consideră **regimul tranzitoriu** (intermediar). Caracterul regimului de convecție este dat de

valoarea **criteriului Reynolds**:
$$R_e = \frac{w \cdot l}{\nu}$$

unde: **l** – dimensiunea caracteristică. Pentru valorile:

- $R_e < 2200$ - regim laminar
- $2200 < R_e < 10,000$ - regim turbulent.

În studiul regimului de curgere se ține seama numai de **regimul stabilizat**, măsurătorile de laborator se fac pe o conductă dreaptă, la distanța mare față de ștrangulări sau coturi, pentru a se evita turbulențele artificiale (care se amortizează în conductă după o anumită distanță, mai mare decât $50d$, **d** fiind diametrul conductei).

Repartiția vitezei într-o conductă este dată în Fig.12.20. Sunt 3 situații:

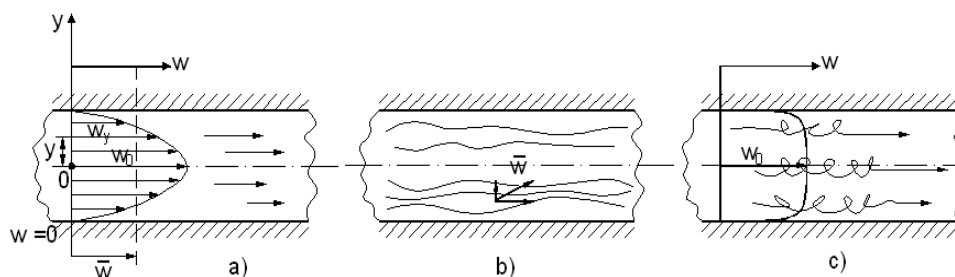


Fig.12.20. Repartiția vitezei în cazul celor 3 regimuri de curgere.

a) - **regim laminar**: $w_y = w_0 \left(1 - \frac{y^2}{r^2} \right)$, unde: **r** – raza conductei.

Viteza medie \bar{w} se calculează cu relația:
$$\bar{w} = \frac{1}{S} \int_S w \cdot dS = \frac{V}{S} \left(\frac{m}{s} \right)$$

unde: - \dot{V} ($\frac{m^3}{s}$) - debitul volumic; $s = \pi r^2$ (m^2) - aria secțiunii transversale.

Pentru $Re < 2200$; $\bar{w} = 0,5 \cdot w_0$; $w_0 = w_{max}$.

b) - regim tranzitoriu- apar componente normale ale vitezei pe direcția de curgere.

c) - regim turbulent- apar vârtejuri și variația vitezei este neînsemnată în zona centrală. În acest caz viteza medie depinde de valoarea criteriului **Re** (Fig.12.21):

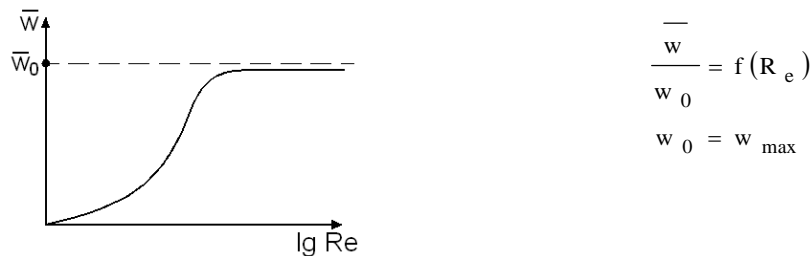


Fig.12.21. Variația vitezei medii în funcție de Re.

Convecția forțată longitudinală în regim lamiar de curgere

În acest caz particulele de fluid se deplasează paralel cu axa canalului, iar fluxul termic trece de la perete spre axă (sau invers) prin procesul de convecție. În general, coeficientul de conducție λ pentru fluide este mic. Pentru calcul există o serie întreagă de ecuații criteriale. Pentru fluide care curg prin canale cu secțiune constantă, dacă lipsește convecția naturală, se

poate folosi ecuația:
$$Nu_p = C \left(Pe \cdot \frac{d}{l} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\eta_p}{\eta_1} \right)^{-n} \cdot \varepsilon \cdot \mu$$

sau :
$$\frac{\alpha \cdot d}{\lambda_p} = C \left(\frac{w_1 \cdot \rho_1 \cdot c_g \cdot d}{\lambda_g} \cdot \frac{d}{l} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\eta_p}{\eta_1} \right)^{-n} \cdot \varepsilon \cdot \mu$$

unde:
$$Pe = Re \cdot Pr = \frac{w \cdot d}{a}$$
 - criteriul Péclet.

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c}$$
 - difuzivitatea termică.

d – diametrul conductelor circulare; în cazul secțiunilor cu forme diferite de

cerc, se consideră diametrul echivalent: $d_{ech} = \frac{4 \cdot A}{U}$

unde: A – aria secțiunii de curgere.

U – perimetrul ud, adică lungimea de contact pe secțiune între lichid și perete, inclusiv linia de nivel liber.

ρ_1, η_1 și v_1 - parametrii fluidului considerați la temperatura t_{f1} a fluidului la intrarea în conductă.

η_p, λ_p - parametrii fluidului la temperatura medie t_p a peretului.

c_g, λ_g - se iau la temperatura determinantă $t_g = 0,5(t_{f1} + t_p)$.

l – lungimea canalului sau a conductei.

μ - coeficient de corecție care ține seama de forma secțiunii.

$\mu = 1$ - pentru conducte cu secțiune circulară.

$\mu = 1 + 0,01 \frac{b}{h}$ - pentru conducte cu secțiune dreptunghiulară.

ε - coeficient de corecție a lungimii.

$\varepsilon = 1$; pentru $x \geq 50 d$; x – lungimea zonei de amortizare în care nu se face schimb de căldură.

Dacă se calculează schimbul de căldură și pentru zona de amortizare, atunci

$\varepsilon = f\left(R_e, \frac{d}{l}, \frac{\eta_1}{\eta_p}\right)$, fiind dat în Tabelul 5 în funcție de mărimile de care

depinde.

Tabelul 5

$\frac{\eta_p}{\eta_1}$	C	n
0,8.....10	1,55	1/6
10.....1500	1,40	1/8

Relația criterială scrisă mai sus este valabilă pentru:

$$60 < P_e \cdot \frac{1}{d} < 62 \cdot 10^4 \text{ și } (Gr \cdot Pr)_g < 7 \cdot 10^5$$

în care:

$$(Gr \cdot Pr)_g = \frac{g \cdot d^3 \cdot \beta_g \cdot \Delta t}{v_g \cdot a_g}; \Delta t = t_f - t_p; t_f = 0,5(t_{f1} + t_{f2})$$

$t_g = 0,5(t_f + t_p)$ - **temperatura determinantă.**

După calculul coeficientului α , se calculează fluxul termic:

$$\dot{Q} = \alpha \cdot S (t_{f1} - t_p) \text{ (W)}$$

unde: $S \text{ (m}^2\text{)}$ – suprafața de schimb de căldură.

Pentru un calcul corect trebuie ca:

$$\dot{Q} = \dot{m} (i_{f1} - i_{f2}) = \dot{m} \bar{c}_{p_f} (t_{f1} - t_{f2})$$

unde: $\dot{m} \left(\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right)$ - debitul masic.

$\bar{c}_{p_f} = f(t_f)$ - căldura specifică medie.

t_f - temperatura medie a fluidului.

Convecția forțată longitudinală în regim turbulent de curgere prin conducte

În acest caz, curenții liberi de convecție nu au o influență sensibilă asupra coeficientului de convecție.

Pentru acest regim se poate folosi ecuația criterială:

$$Nu_f = 0,021 \cdot Re_f^{0,8} \cdot Pr_f^{0,43} \left(\frac{Pr_f}{Pr_p} \right)^{0,25} \cdot \varepsilon_1$$

unde:

f -indice pentru fluid; parametrii fluidului se iau la temperatura medie a fluidului: $t_f = 0,5(t_{f1} + t_{f2})$.

p - indice pentru perete.

Ecuația se mai scrie:

$$\frac{\alpha \cdot d}{\lambda_f} = 0,021 \left(\frac{w \cdot d}{\nu_f} \right)^{0,8} \cdot \left(\frac{\nu_f}{a_f} \cdot \frac{a_p}{\nu_p} \right)^{0,25} \cdot \varepsilon_1$$

în care: t_{f1}, t_{f2} - temperaturile de intrare și de ieșire ale fluidului, măsurate la capetele tronsonului de conductă prin care se face schimbul de căldură.

t_p - temperatura medie a peretelui.

d - diametrul interior al conductei.

ε_1 - coeficient de corecție pentru lungime: $\varepsilon_1 = f\left(\frac{l}{d}\right)$.

Ecuția de mai sus se poate aplica la lichide în cazul când:

$$0,03 < \frac{\eta_f}{\eta_p} < 3$$

$$10^4 > Re_f < 2 \cdot 10^6$$

$$0,6 < Pr_f < 150$$

În cazul convecției forțate la **curgerea gazelor** prin conducte, când raportul temperaturilor absolute este: $0,5 < \frac{T_p}{T_f} < 3,5$, se poate folosi ecuația criterială:

$$Nu_g = 0,018 Re_g^{0,8} \cdot \varepsilon_1$$

În cazul curgerii fluidelor prin **țevi curbate** (serpentine), la care **R** este raza de curbură, iar **d** diametrul țevii, coeficientul de convecție calculat cu relațiile de mai sus se multiplică cu un coeficient de corecție:

$$\varepsilon_R = 1 + 1,77 \frac{d}{R}; \alpha_c = \alpha \cdot \varepsilon_R$$

Fluxul termic se determină cu relația:

$$\dot{Q} = \alpha \cdot S \cdot \Delta t_m = \alpha \cdot S \frac{t_{f1} - t_{f2}}{\ln \frac{t_{f1} - t_p}{t_{f2} - t_p}}$$

$$\Delta t_m = \frac{\Delta t_{\max} - \Delta t_{\min}}{\ln \frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}}}$$

Δt_m – diferență medie logaritmică de temperatură.

1.13. Convecția căldurii la curgerea fluidului în lungul unei plăci

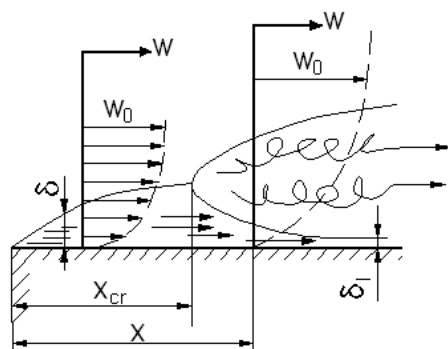


Fig. 12.22. Variația vitezei la curgerea fluidului în lungul unei plăci.

În acest caz, se consideră că viteza fluidului rămâne constantă în lungul plăcii (w_0), în afară de zona foarte apropiată plăcii. Se disting două zone:

Zona I: curgere laminară (până la x_{cr})-crește grosimea stratului laminar.

Zona II: curgere turbulentă ($x > x_{cr}$), scade grosimea stratului laminar până la $\delta_l = ct$.

Regimul de convecție este foarte complex, iar pentru placa cu strat laminar limită se poate folosi ecuația:

$$Nu_f = 0,67 \cdot Re_f^{\frac{1}{2}} \cdot Pr_f^{\frac{1}{3}}$$

$Re_{cr} = 4,85 \cdot 10^5$ care, după înlocuiri, va fi:

$$\frac{\alpha \cdot l}{\lambda_f} = 0,67 \sqrt{\frac{m \cdot l}{\nu_f}} \sqrt[3]{Pr_f}$$

unde: l – lungimea plăcii.

Parametrii fluidului (λ_f, ν_f, Pr_f) se determină pentru temperatura t_f a fluidului, măsurată la distanță mare față de placă.

Fluxul termic este: $Q = \alpha \cdot S(t_p - t_f)$ (W)

unde: t_p - temperatura plăcii

\dot{Q} - fluxul termic în cazul când schimbul de căldură se face numai pe suprafața superioară a plăcii ($t_f > t_p$) sau numai prin suprafața interioară a plăcii ($t_f < t_p$).

1.14. Convecția căldurii la curgerea forțată transversală

În acest caz de convecție, forma secțiunii corpului are o importanță primordială asupra schimbului de căldură. Ecuațiile criteriale deduse până în prezent sunt valabile numai pentru corpuri cilindrice.

În zona generatoarei de atac ($\varphi = 0$) și în zona generatoarei de fugă

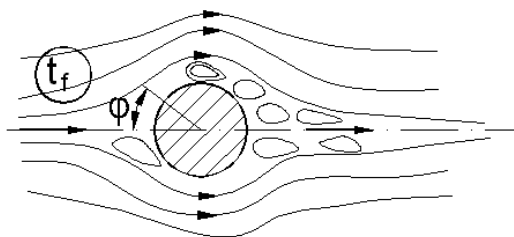


Fig.12.23 Convecția căldurii la curgerea forțată transversală.

($\varphi = 180^\circ$) curgerea este turbulentă (Fig.12.23). Datorită variației mari a regimului de curgere, coeficientul de convecție α_φ variază sensibil pe contur. În zona generatoarei de atac, datorită turbulenței foarte intense, nu va exista (în mod practic) un strat de fluid aderent la suprafața cilindrului,

deci aici schimbul de căldură va fi foarte intens. Pentru unghiuri mai mari apare stratul limită care crește până la $\varphi = 90^\circ$.

Deoarece prin stratul laminar trecerea căldurii se face prin conducție, λ la fluide având valori reduse, înseamnă că schimbul de căldură se va micșora pe măsură ce crește unghiul φ .

Pentru $\varphi = 90^\circ$, fluidul nu mai poate urmări conturul și se desprinde, apărând astfel o zonă depresionară cu mișcare intensă turbionară. Stratul limită se subțiază și uneori dispare în zona generatoarei de fugă ($\varphi = 180^\circ$).

Pentru aer și gaze de ardere, ecuația criterială de calcul este:

$$N_{uf} = c \cdot Re_f^n ; \quad \frac{\alpha \cdot d}{\lambda_f} = c \cdot \left(\frac{w \cdot d}{v_f} \right)^n$$

unde: d – diametrul corpului cilindric.

w – viteza fluidului la distanță mare de cilindru.

În cazul când axa face un unghi β cu direcția \vec{w} , coeficientul de convecție se corectează cu un coeficient de unghi ε_β :

$$\alpha_\beta = \alpha_{90^\circ} \cdot \varepsilon_\beta ; \quad Q = \alpha \cdot s \cdot (t_p - t_f) \cdot$$

1.15. Convecția căldurii în fascicule de țevi spălate transversal de aer și gaze arse

Țevile sunt montate în coridor (**fascicul paralel**, Fig.12.24.a) sau în eşicher (**fascicul decalat**, Fig.12.24.b).se notează:

x_2 - pas longitudinal.

x_1 - pas transversal.

x'_2 - pas diagonal.

Primul rând de țevi este așezat în curent liber, neinfluențat de prezența celorlalte țevi; celelalte rânduri sunt situate într-o zonă turbulentă, datorită prezenței țevilor anterioare.

La fasciculul paralel, numai primul rând de țevi are regim asemănător curgerii pe lângă o țeavă izolată (caz studiat anterior); același fenomen se întâmplă și pentru primele două rânduri ale fasciculului decalat.

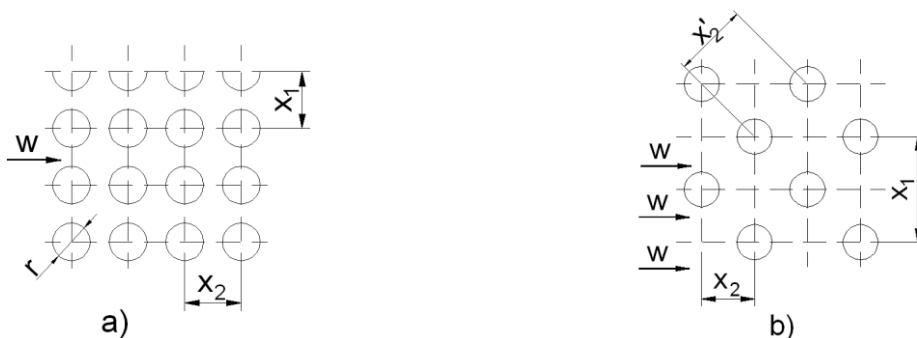


Fig.12.24. a) Fascicul de țevi montate în coridor.
b) Fascicul de țevi montate în eşicher.

Ecuția criterială de bază este: $N_{uf} = c \cdot \epsilon_k \cdot Re_f^n$

$$c, n = f(x_1, x_2, d, x'_2)$$

ϵ_k - coeficientul de corecție care ține cont de numărul rândurilor de țevi.

Fascicul în coridor: Pentru $6000 < Re_e < 60000$ și $1,25 < \frac{x_1}{d} < 4,8$;

$$1,13 < \frac{x_2}{d} < 4,8$$

se folosește relația: $N_{uf} = 0,177 \cdot \epsilon_k \cdot Re_f^{0,64}$

Fascicul în eşicher:

Pentru $6000 < Re_e < 60000$ și $1,2 < \frac{x_1}{d} < 4,8$; $0,8 < \frac{x_2}{d} < 4,8$; $\frac{x_1 - d}{x_2 - d} > 0,7$

se folosește ecuația:

$$N_{uf} = 0,27 \cdot \varepsilon_k \cdot Re_f^{0,6} \cdot \left(\frac{x_1 - d}{x_2 - d} \right)^{0,25}$$

Obs. Pentru calculul invarianților se consideră:

- dimensiunea caracteristică: diametrul **d**.
- temperatura t_f , pentru care se determină parametri fizici, se calculează cu relația:

$$t_f = t_p + \Delta t_1, \text{ pentru } t_f > t_p$$

$$t_f = t_p - \Delta t_1, \text{ pentru } t_f < t_p$$

t_p – temperatura peretelui țevilor.

$$\Delta t_1 = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{\ln \frac{t_{f1} - t_p}{t_{f2} - t_p}} \quad \text{- diferența medie logaritmică de temperatură.}$$

t_{f1}, t_{f2} – temperaturile fluidului la intrarea și ieșirea fasciculului.

- viteza **w** (pentru calculul criteriului **Re**) se consideră aceea din secțiunea cea mai îngustă a fasciculului. Fluxul termic va fi:

$$\dot{Q} = \alpha \cdot s \cdot \Delta t_1$$

În cazul spălării oblice a fasciculului, se face o corecție a coeficientului de convecție: $\alpha_\varphi = \alpha_{90^\circ} \cdot \varepsilon_\varphi$.

1.16. Convecția căldurii la vaporizarea lichidelor

Se consideră un perete acoperit cu un strat de fluid prin care se primește din exterior căldură necesară vaporizării. Se observă că numai în spațiul de vapori (de deasupra lichidului) temperatura rămâne constantă și egală cu temperatura de saturație **t_s**, corespunzătoare presiunii **p**. În Fig.12.25 este reprezentată variația temperaturii în funcție de adâncimea **h**.

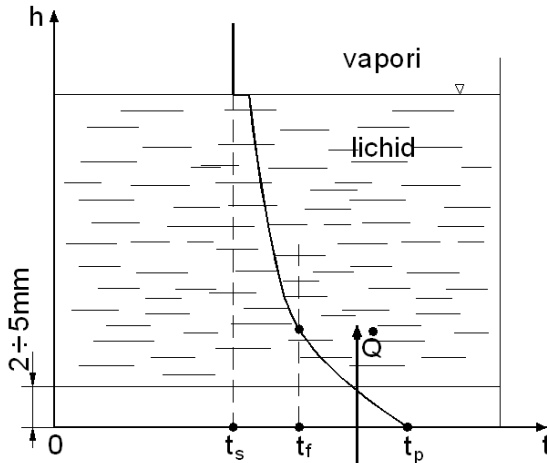


Fig.12.25. Variația temperaturii la vaporizare.

t_f – temperatura medie a fluidului.

Formarea globulelor de vapori are loc în zona de contact cu peretele, formându-se astfel centre de vaporizare. Datorită forței ascensionale F_A , vaporii formați trec în lichid și se desprind la suprafața liberă.

Fenomenul vaporizării poate avea loc sub două forme:

- sub formă de globule - **fierbere globulară**, la fluide care udă peretele prin care se primește căldură (cazul apei);
- sub formă de peliculă - **fierbere peliculară**, la fluide

care nu udă peretele (mercur). Fenomenul de vaporizare se face cu absorbție de căldură, care are loc în timpul formării globulelor de vapori. Fenomenul vaporizării poate începe în momentul în care temperatura $t_p > t_s$, chiar

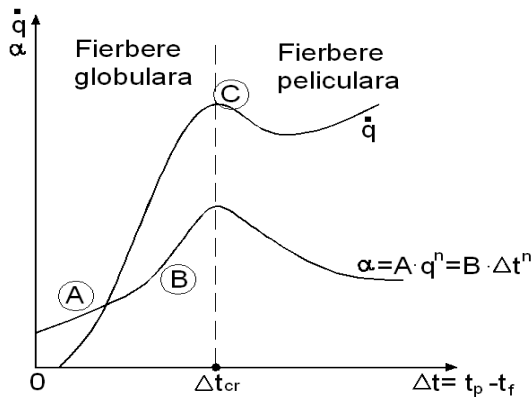


Fig.12.26. Variația $q = f(\Delta t)$ și $\alpha = f(\Delta t)$.

dacă $t_f < t_s$. Dar, în acest ultim caz vaporii nu se pot degaja în spațiul liber de deasupra nivelului de lichid, deoarece în timpul urcării apare fenomenul condensării lor în lichidul mai rece. Fluxul termic dat de suprafața de încălzire va fi:

$Q = q \cdot S$ (W). În Fig.12.26 este reprezentată variația densității de flux termic și a coeficientului de convecție în funcție de

temperatură: $q = f(\Delta t)$ și $\alpha = f(\Delta t)$.

De exemplu: pentru apă, $\Delta t_{cr} = 25 \dots 27 \text{ } ^\circ\text{C}$; $\dot{q}_{cr} = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ (W/m}^2\text{)}$

$$\alpha_{cr} = 46,500 \text{ (W/m}^2\text{K)}$$

Porțiunile BC ale curbelor \dot{q} și α , care interesează în calculul convecției, se pot exprima prin ecuații empirice de forma:

$$\alpha = A \cdot \dot{q}^n \quad \text{și} \quad \alpha = B \cdot \Delta t^n$$

$$\dot{Q} = \alpha \cdot S \cdot (t_p - t_f)$$

A, B sunt în funcție de natura lichidului și presiune.

În cazul fierberii apei în țevi, fenomenul convecției este mult mai complex, decât fierberea în volumul mare de apă. Ecuația criterială propusă este:

$$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4}$$

$$Re = \frac{w \cdot d}{\eta} \cdot \rho$$

η, ρ - se iau la temperatura de saturație a apei t_s . În cazul circulației libere a apei se poate utiliza relația: $\alpha = 0,863 \cdot \dot{q}^{0,73}$.

Diverși cercetători au căutat să exprime rezultatele sub formă de ecuații criteriale, valabile și pentru fluidele care nu au fost studiate. Pentru fierberea globulară, **Jakob** și **Lincke** au propus ecuația:

$$\frac{\alpha \cdot b}{\lambda} = 42,4 \cdot \left(\frac{\dot{q}}{\rho'' \cdot r \cdot w} \right)^{0,8}$$

unde: b - dimensiunea liniară, care este constanta lui Laplace, calculată cu

expresia:

$$b = \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma}{g \cdot (\rho' - \rho'')}}$$

σ - tensiunea superficială a fluidului (N/m).

ρ', ρ'' - densitățile fluidului la saturație.

g - accelerația gravitațională.

După calculul coeficientului de convecție se calculează fluxul termic:

$$\dot{Q} = \alpha \cdot S \cdot (t_p - t_f)$$

1.17. Convecția căldurii la condensarea vaporilor

Fenomenul de condensare are loc cu degajare de căldură și apare la contactul vaporilor cu un perete a cărui temperatură este mai mică decât temperatura de saturație t_s . Condensarea poate fi:

- prin picături (fluidul nu udă peretele);
- prin peliculă (fluidul udă peretele).

Se consideră un perete vertical cu $t_p < t_s$. În urma condensării pe perete se formează un strat de condens (Fig.12.27).

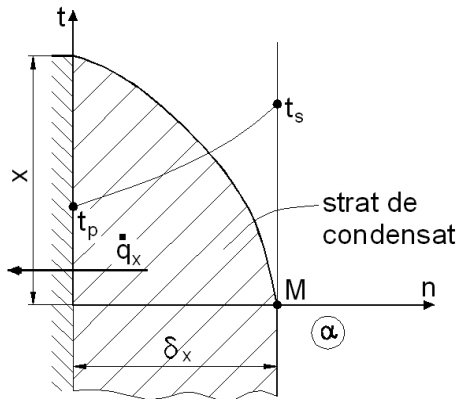


Fig.12.27. Convecția căldurii la condensarea vaporilor.

Trecerea căldurii prin perete se face prin acest strat (deci prin conducție), conducția făcându-se la suprafața peliculei de condens. Într-un punct M, densitatea fluxului termic se scrie:

$$q_x = \frac{\lambda'}{\delta_x} \cdot (t_s - t_p) = \alpha_x \cdot (t_s - t_p)$$

deci: $\alpha_x = \frac{\lambda'}{\delta_x}$

unde: λ' – conductivitatea stratului de condens.

$$\alpha_x = f(x, t_s, t_p, \lambda', \rho, r, \eta);$$

$$\lambda', \rho, \eta = f(t_m) ; t_m = 0,5 \cdot (t_p + t_s).$$

Valoarea medie se calculează (pentru $x \rightarrow H$): $\alpha = \frac{1}{S} \int_0^H \alpha_x dS$

unde: dS – elementul de suprafață considerat.

$$r = f(t_s) - \text{căldura de condensare} \left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right).$$

Obs. Se constată că α determinat experimental este cu 20 ÷ 22 % mai mare decât valorile obținute cu ecuațiile determinate din teoria lui Nusselt.

Factorii care influențează schimbul de căldură prin condensare sunt:

- viteza și direcția de curgere;

- starea suprafeței (creșterea rugozității influențează defavorabil cantitatea de condensat)
- supraîncălzirea vaporilor;
- conținutul de gaze necondensabile;
- tipul suprafeței de condensare: se construiesc condensatoare cu țevi așezate orizontal (în fascicul: paralel, decalat, decalat oblic).

Fluxul termic va fi: $\dot{Q} = \alpha \cdot S \cdot (t_s - t_p)$

1.18. Radiația căldurii

1.18.1. Generalități; comportarea corpurilor în câmp radiant termic

Între două surse cu temperaturi diferite, separate de un mediu gazos rarefiat, apare un schimb de căldură prin radiație; purtătorul de căldură este **oscilația electromagnetică** de înaltă frecvență, având o bandă foarte îngustă de lungime de undă. Undele electromagnetice sunt provocate de particulele de substanță încărcate electric (îndeosebi de electroni). **Energia radiantă** este emisă și absorbită discontinuu în cantități individuale, discrete, care se numesc **cuante de lumină** sau **fotoni**. Fotonul emis este o particulă de materie care posedă energie, moment și masă electromagnetică.

Radiația termică poate fi considerată ca un **gaz fonic**. Procesul de emisie și absorbție a energiei radiante este un proces de suprafață .

Radiația este caracterizată prin: lungime de undă λ sau prin frecvență :

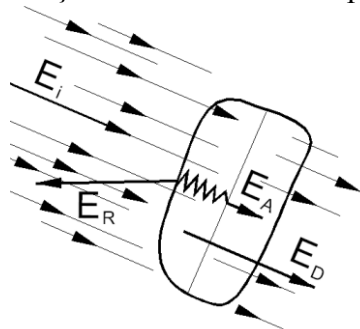


Fig.12.28. Corp supus câmpului radiant.

$v = \frac{c}{\lambda}$, unde **c** este viteza de propagare a oscilației electromagnetice (egală cu viteza luminii în vid: $3 \cdot 10^8$ m / s).

Radiațiile termice se manifestă pentru $\lambda \in (0,8 \cdot 10^{-3} \div 0,8)$ m și pot fi puse în evidență prin aparate de măsură a mărimilor termice. Emiterea de energie radiantă de către sursa caldă are loc în toate direcțiile din spațiu. Comportarea corpurilor care se găsesc în câmpul de radiație al sursei depinde de:

- proprietățile fizice ale mediului;
- felul suprafeței (material, tratament, etc.).

Gazele monoatomice și biatomice nu rețin energia radiantă, iar gazele poliatomice rețin energia radiantă în mod selectiv, în funcție de zonele din banda de radiație termică.

Se consideră un corp emițător care emite un flux radiant, notat cu $E_i(W)$, numit **flux incident**. Prin **densitatea fluxului radiant**, notată cu

$e \left(\frac{W}{m^2} \right)$, se înțelege fluxul emis pe unitatea de suprafață:

$$e = \frac{dE}{dS} \left(\frac{W}{m^2} \right).$$

Se consideră un corp așezat în câmpul radiant al unei surse. Fluxul incident este: $E_i = E_A + E_R + E_D$

unde: E_A – fluxul absorbit de corp și transformat în căldură;

E_R – fluxul reflectat de corp;

E_D – fluxul care trece prin corp, fără a-i modifica starea termică.

Se definesc **coeficienții energetici**:

$$A = \frac{E_A}{E_i} \text{ - coeficient de absorbție al corpului.}$$

$$R = \frac{E_R}{E_i} \text{ - coeficient de reflexie a suprafeței.}$$

$$D = \frac{E_D}{E_i} \text{ - coeficient de trecere sau de pătrundere prin corp.}$$

$$E_i = E_A + E_R + E_D \quad | : E_i \Rightarrow A + R + D = 1$$

Fiecare din cei trei coeficienți poate avea valori cuprinse între 0 și 1.

Se deosebesc trei cazuri limită:

1. $A=1$ ($R=0$; $D=0$) – corpul absoarbe integral energia incidentă radiantă, nu reflectă și nu permite radiației să treacă prin el. Acest corp este denumit **corp negru**.

2. $R=1$ ($A=0$; $D=0$) – corpul reflectă integral energia incidentă și se numește **corp reflectant**. Legile reflexiei termice sunt aceleași ca și legile reflexiei luminii. Corpul cu suprafață lucioasă este numit **corp lucios**, iar cel cu suprafață mată este numit **corp alb**.

3. $D=1$ ($A=0$; $R=0$) – corpul nu absoarbe și nu reflectă energia radiantă incidentă, aceasta trece prin corp fără a-i modifica starea termică. Acest corp se numește **corp transparent** sau **corp diaterm**.

Aceste trei cazuri sunt situații limită; în natură nu se găsesc corpuri la care unul din cei trei coeficienți să fie egal cu 1. Observații :

- solidele sunt practic netransparente față de radiația termică ($D = 0$), deci : $A + R = 1$. Unele solide sunt transparente pentru anumite lungimi de undă (transparentă selectivă), în rest sunt netransparente (de exemplu cuarțul este transparent pentru $\lambda < 4 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$);

- lichidele au proprietăți asemănătoare solidelor față de radiațiile termice;

- gazele monoatomice și biatomice (lipsite complet de suspensii) sunt practic transparente, iar cele poliatomice sunt transparente selectiv.

Gazele cu suspensii solide devin absorbante față de radiația termică, prin absorbția energiei radiante de către suspensii.

Coeficientul de absoție **A** pentru **corpurile reale** este mai mic decât 1 ($A < 1$) și aceste corpuri se numesc **corpuri cenușii**.

Toate mărimile care se referă la **corpurile negre** ($A=1, R=D=0$) se notează cu indicele zero (0). De exemplu: E_0 – fluxul emis sau recepționat de corpul negru.

1.18.2. Legile radiației termice. Legea lui Planck

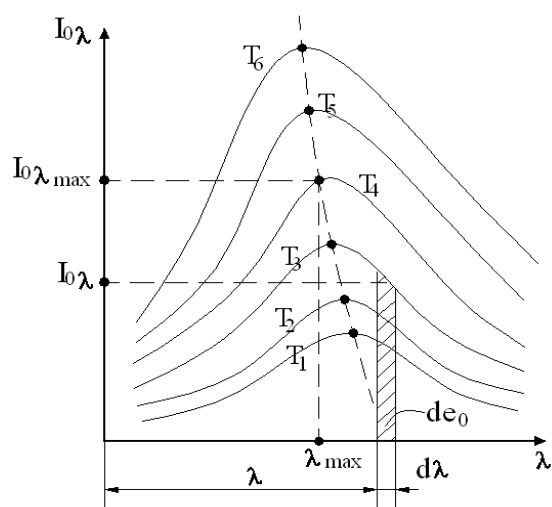


Fig.12.29. $I_{0\lambda} = f(T, \lambda)$.

Densitatea fluxului radiant

$\left(e = \frac{dE}{dS} \right)$ este definită

pentru $\lambda \in (0, +\infty)$.

Se definește **intensitatea radiației** sau **radiație monocromatică** ca fiind:

$$I_{\lambda} = \frac{de}{d\lambda} \left(\frac{W}{m^3} \right)$$

Legea lui Planck stabilește

$I_{0\lambda} = f(T, \lambda)$ pentru corpul negru (Fig.12.29), adică :

$$I_{0\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 \cdot \left(e^{\frac{C_2}{\lambda \cdot T}} - 1 \right)} = f(T, \lambda)$$

unde: λ (m)- lungimea de undă;

T (K)-temperatura absorbită de corpul negru;

C_1, C_2 -constantele specifice corpului negru:

$$C_1 = 3,74 \cdot 10^{-16} \text{ (W} \cdot \text{m}^2 \text{)}$$

$$C_2 = 0,01438 \text{ (m} \cdot \text{k)}$$

Se scrie: $\int_0^\infty I_{0\lambda} \cdot d\lambda = e_0$, de unde:

$$e_0 = \int_0^\infty I_{0\lambda} \cdot d\lambda$$

e_0 – densitatea fluxului emis de corpul negru, pentru $\lambda \in (0, = \infty)$.

Legea lui Wien

Wien a studiat legătura dintre λ și T corespunzătoare punctului de maxim, și a dedus că de acest punct depinde produsul $\lambda \cdot T$.

$$I_{0\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 \cdot \left(e^{\frac{C_2}{\lambda \cdot T}} - 1 \right)} ; \left(\frac{\partial I_{0\lambda}}{\partial \lambda} \right)_{\lambda = \lambda_{\max}} = 0 \rightarrow (\lambda_{\max} \cdot T)$$

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2,9 \cdot 10^{-3} = \text{ct (m} \cdot \text{K)}$$

Enunț: produsul dintre lungimea de undă corespunzătoare intensității maxime de radiație a corpului negru și temperatura absolută este o

constantă. Rezultă: $I_{0\lambda}(\lambda_{\max}) = C_3 \cdot T^5$; $C_3 = 1,307 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^3 \text{K}^5} \right)$.

Legea Stefan – Boltzmann

A fost dedusă experimental și exprimă densitatea emisiei corpului negru (e_0):

$$e_0 = \int_0^\infty I_{0\lambda} \cdot d\lambda = \sigma_0 \cdot T^4 \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right)$$

σ_0 – constantă de radiație a corpului negru;

$$\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8} \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4} \right)$$

Ecuția se mai scrie: $e_0 = c_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4$, unde: $c_0 = 5,67 \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \right)$ este

coeficientul de radiație al corpului negru absolut.

Această lege este valabilă numai pentru corpul negru. Pentru a se folosi și la corpurile reale (cenușii) se aplică o constantă de corecție:

$$c \left(\frac{T}{100} \right)^4 = e = \varepsilon \cdot c_0 \cdot \left(\frac{T}{100} \right)^4$$

unde: $\varepsilon = \frac{c}{c_0} = \frac{e}{e_0}$ - **coeficient de emisie** a corpului cenușiu;

c - **coeficient de radiație** a corpului cenușiu.

Legea lui Kirchoff Stabilește legătura dintre coeficientul de emisie și cel de absorbție, respectiv, legătura dintre energia radiată și absorbită de corpurile cenușii și corpul negru absolut. Se consideră două corpuri care schimbă energie prin radiație ($T > T_0$), adică două suprafețe plane, suficient de apropiate (Fig.12.30), pentru a se neglija pierderile marginale de căldură. Pentru corpul cenușiu:

$A + R = 1$, iar pentru corpul negru $A_0 = 1$.

Corpul cenușiu cedează densitatea fluxului termic e , care este absorbită complet de corpul negru. Densitatea fluxului radiant a corpului negru este

e_0 . Corpul cenușiu va absorbi

$A \cdot e_0$ și va reflecta:

$R \cdot e_0 = (1 - A) \cdot e_0$, care este

absorbită integral de corpul negru.

Bilanțul caloric pentru suprafața corpului cenușiu este:

$$\dot{q} = e_{\text{emis}} - e_{\text{abs}} = e + (1 - A) \cdot e_0 - e_0$$

$$\dot{q} = \frac{Q}{S} = e - A \cdot e_0$$

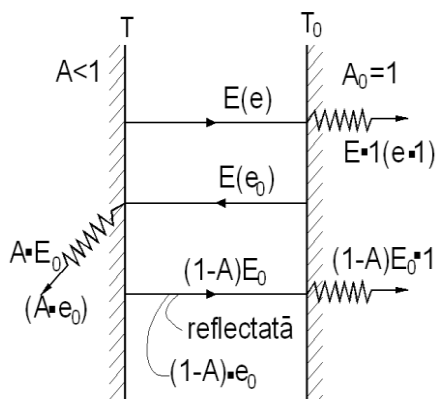


Fig.12.30. Schimb de căldură prin radiație între 2 plăci.

Pentru $T = T_0$; $\dot{q} = 0$;

$$e - A \cdot e_0 = 0, \text{ adică: } \frac{e}{A} = e_0.$$

Relația de mai sus poate fi generalizată pentru orice corp cenușiu:

$$\frac{e_1}{A_1} = \frac{e_2}{A_2} = \dots = \frac{e_n}{A_n} = e_0 = f(T) - \text{legea lui Kirchoff.}$$

Enunț: pentru orice corp, raportul dintre densitatea fluxului emisiv și coeficientul de absorbție este egal cu densitatea fluxului emisiv al corpului negru la aceeași temperatură și depinde numai de temperatură.

Se observă că:

$$A = \frac{e}{e_0} = \varepsilon = \frac{c}{c_0}$$

unde: A – coeficientul de absorbție;

$c \in (0, c_0)$ coeficient de radiație; $\varepsilon \in (0, 1)$ – coeficient de emisie.

Deci: $\frac{c}{A} = c_0 = ct$; sau: $\frac{c_1}{A_1} = \frac{c_2}{A_2} = \dots = \frac{c_n}{A_n} = c_0 \rightarrow$ **a doua formulare a legii lui Kirchoff.** Se observă că:

- corpul cenușiu radiază mai puțină căldură decât corpul **negru**;

- corpul negru are cel mai mare coeficient de absorbție.

A treia formulare a legii lui Kirchoff:

$$\frac{I_{1\lambda}}{A_{1\lambda}} = \frac{I_{2\lambda}}{I_{2\lambda}} = \dots = \frac{I_{n\lambda}}{I_{n\lambda}} = I_{0\lambda} = f(T, \lambda)$$

adică, raportul dintre intensitatea spectrală de radiație și coeficientul monocromatic de absorbție (la aceeași lungime de undă) este același pentru toate corpurile, fiind egal cu intensitatea spectrală a radiației corpului negru.

Legea lui Lambert (Jean Henry)

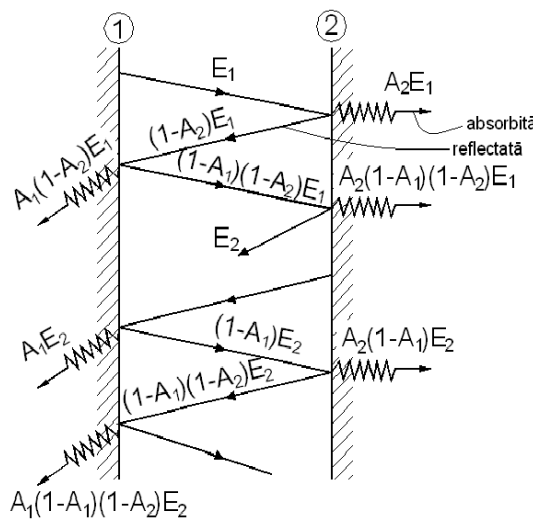


Fig.12.31. Schimbul de căldură prin radiație între două suprafețe separate printr-un mediu transparent.

Considerând un element de suprafață dS_1 al emițătorului de radiații termice, acest element va emite radiații în toate direcțiile deasupra planului respectiv, energia radiantă fiind exprimată prin legea Stefan- Boltzmann. Legea lui Lambert se referă la variația radiației, în funcție de direcția față de normala la element. Se

demonstrează că: $e_n = \frac{e}{\pi}$

unde: e_n - radiația după direcția normală; e -radiația totală în toate direcțiile.

1.18.3. Schimbul de

căldură prin radiație între două suprafețe separate printr-un mediu transparent. Ecrane de radiație

Se consideră două corpuri, cu temperaturile $T_1 > T_2$, care schimbă energie radiantă, iar suprafețele fiind apropiate, se neglijează pierderile marginale de căldură.

Se notează: $e = \frac{dE}{dS}$ -densitatea fluxului radiant.

Corpul 1 emite e_1 , iar corpul 2 absoarbe $e_1 \cdot A_2$ și reflectă

$e_1 - e_1 \cdot A_2 = e_1 \cdot (1 - A_2)$; corpul 1 absoarbe $A_1 \cdot (1 - A_2) \cdot e_1$, etc.

În mod asemănător, corpul 2 emite e_2 , iar corpul 1 absoarbe $e_2 \cdot A_1$ și

reflectă: $e_2 - e_2 \cdot A_1 = e_2 \cdot (1 - A_1)$; apoi corpul 2 absoarbe $A_2 \cdot (1 - A_1) \cdot e_2$ și

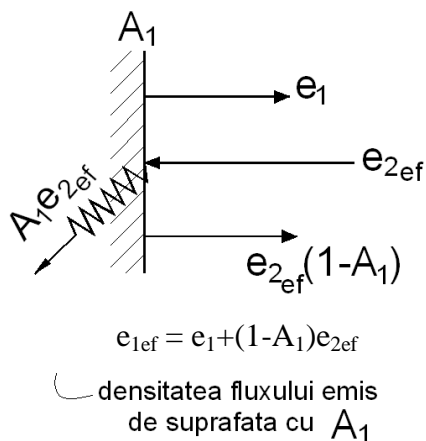
reflectă: $(1 - A_1) \cdot e_2 - A_2 \cdot (1 - A_1) \cdot e_2 = (1 - A_1) \cdot (1 - A_2) \cdot e_2$

Densitatea fluxului radiant cedat de corpul 1 către corpul 2 va fi:

$$e_{12} = e_{1ef} - e_{2ef} \quad (C)$$

unde: e_{1ef} - densitatea efectivă de emisie pentru corpul 1. Se scrie :

$$e_{1ef} = e_1 + (1 - A_1) \cdot e_{2ef} \quad ; \quad e_{2ef} = e_2 + (1 - A_2) \cdot e_{1ef}$$



Rezultă:

$$e_{1ef} = \frac{e_1 + e_2 - A_1 \cdot e_2}{A_1 + A_2 - A_1 \cdot A_2}$$

$$e_{2ef} = \frac{e_1 + e_2 - A_2 \cdot e_1}{A_1 + A_2 - A_1 \cdot A_2}$$

$$\begin{cases} e_1 = c_0 \cdot A_1 \cdot \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 \\ e_2 = c_0 \cdot A_2 \cdot \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \end{cases}$$

e_{1ef} și e_{2ef} se înlocuiesc în relația (C)

$$\text{și rezultă: } e_{12} = \frac{e_1 \cdot A_2 - e_2 \cdot A_1}{A_1 + A_2 - A_1 \cdot A_2}$$

$$e_{12} = \frac{A_1 \cdot A_2 \cdot c_0 \cdot \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - A_1 \cdot A_2 \cdot c_0 \cdot \left(\frac{T_2}{100} \right)^4}{A_1 + A_2 - A_1 \cdot A_2} = A_n \cdot c_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

$$A_n = \frac{1}{\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} - 1} - \text{coeficientul mutual de absorbtie a cuplajului de}$$

suprafețe plane 1 și 2.

Dar: $A = \varepsilon$; $c = \varepsilon \cdot c_0$; $c_n = \varepsilon_n \cdot c_0 = A_n \cdot c_0$; $c_n = A_n \cdot c_0$ și rezultă:

$$c_n = \frac{c_0}{\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{A_1 \cdot c_0} + \frac{1}{A_2 \cdot c_0} - \frac{1}{c_0}} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0}}$$

unde: c_n – **coeficientul mutual de radiație reciprocă.**

Densitatea fluxului schimbat prin radiație va fi:

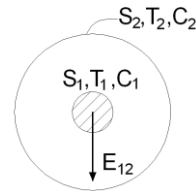
$$e_{12} = c_n \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \left(\frac{W}{m^2} \right)$$

Fluxul termic schimbat de cele două suprafețe egale $S(m^2)$ va fi:

$$e_{12} \cdot S = E_{12} = \varepsilon_n \cdot c_0 \cdot S \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \quad (W)$$

Pentru două sfere concentrice (sau doi cilindri coaxiali), având temperaturile $T_1 > T_2$, fluxul termic se scrie:

$$E_{12} = \varepsilon_n \cdot c_0 \cdot S_1 \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$



$$\text{unde: } c_n = \varepsilon_n \cdot c_0 = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{S_1}{S_2} \cdot \left(\frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0} \right)}$$

Dacă: $S_2 \gg S_1$, $c_n \rightarrow c_1$; deci c_n nu depinde de c_2 .

În cazul în care cele două suprafețe plane au dimensiuni finite și sunt situate la o distanță sau într-o poziție în care nu se mai poate neglija efectul termic de margine, calculul se face ținând seama de un **coeficient de formă (F_{12})**, care se calculează în funcție de poziția celor două suprafețe.

$$E_{12} = \varepsilon_n \cdot c_0 \cdot S \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot F_{12} \quad (W)$$

Ecrane de radiație

Se consideră două suprafețe plane apropiate cu coeficienții de radiație C_1 și C_2 (Fig.12.32). Dacă spațiul dintre ele este transparent, schimbul de căldură este ($E_{12}=e_{12} \cdot S$):

$$E_{12} = \varepsilon_n \cdot c_0 \cdot S \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^2 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^2 \right] = c_n \cdot S \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

Când între aceste suprafețe este interpus un ecran **E**, atunci energia radiată de corpul cald **1** se va transmite celui rece **2** prin intermediul ecranului. Schimbul de căldură va fi:

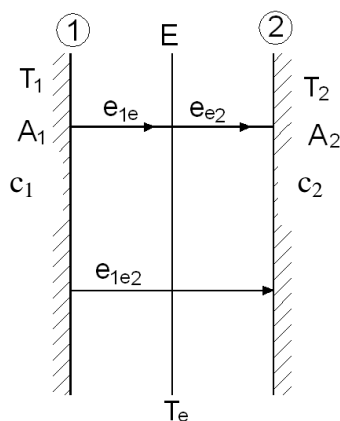


Fig.12.32. Ecrane de radiație.

$$e_{1e} = c_{n1} \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_e}{100} \right)^4 \right] \quad \text{unde:}$$

$$e_{e2} = c_{n2} \cdot \left[\left(\frac{T_e}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

$$c_{n1} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_{e1}} - \frac{1}{c_0}}; \quad c_{n2} = \frac{1}{\frac{1}{c_{e2}} + \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0}}$$

sunt **coeficienți mutuali de radiație** între corp și ecran.

c_{1e} , c_{2e} – coeficienții de radiație pentru cele două fețe ale ecranului.

Se disting două cazuri:

1. Dacă $c_{n1} = c_{n2} = c_n$, unde c_n corespunde cazului celor două suprafețe **1** și **2** fără ecran, pentru un regim stabilizat de schimb de căldură, temperatura T_e a ecranului rămâne constantă. Atunci $e_{1e} = e_{e2}$ și rezultă:

$$\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_e}{100} \right)^4 = \left(\frac{T_e}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4$$

$$\left(\frac{T_e}{100} \right)^4 = \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 + \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

$$e_{1e} = e_{e2} = e_{1e2} = \frac{1}{2} \cdot c_n \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] = \frac{1}{2} \cdot e_{12}$$

Așadar, când prezența ecranului nu modifică coeficientul mutual de radiație c_n , schimbul de căldură prin radiație se reduce la jumătate.

Pentru n ecrane (fără a se modifica c_n), schimbul de căldură va fi:

$$e_1 \cdot e_1 \cdot e_2 \cdot \dots \cdot e_{n-2} = \frac{1}{n+1} \cdot e_{12}$$

2. Dacă $c_{n1} \neq c_{n2}$ și regimul este stabilizat ($e_{1e} = e_{e2} = e_{1e2}$) atunci :

$$\left(\frac{T_e}{100} \right)^4 = \frac{c_{n1} \cdot \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 + c_{n2} \cdot \left(\frac{T_2}{100} \right)^4}{c_{n1} + c_{n2}}$$

Obs.: Dacă o față a ecranului este total reflectantă, atunci schimbul de căldură radiantă între cele două corpuri este nul ($A = 0 \rightarrow c = 0$). Sunt trei cazuri:

a) Dacă fața ecranului, orientată spre corpul cald, are coeficientul de radiație egal cu zero ($c_{e1} = 0$), atunci $c_{n1} = 0$ și $e_{e1} = 0$; dar $e_{1e2} = e_{1e} = e_{e2} = 0$ și conform Principiului II al Termodinamicii: $T_e = T_2$. Rezultă că temperatura ecranului este egală cu temperatura corpului rece (T_2).

b) Dacă fața reflectantă a ecranului este orientată spre corpul rece, atunci $e_{e2} = 0$; $c_{n2} = 0$ și $e_{e2} = 0$, de unde rezultă $T_e = T_1$ (temperatura corpului cald). În concluzie, orientarea suprafeței reflectante are mare importanță pentru ecranele de protecție contra radiațiilor termice. Este de preferat orientarea feței reflectante a ecranului spre corpul cald (cînd $T_e = T_2$), pentru a nu se deteriora acoperirea reflectantă a suprafeței ecranului (nichelare, cromare).

c) Dacă ambele fețe ale ecranului sunt reflectante: $c_{n1} = c_{n2} = 0$; T_e nu este influențată de temperaturile T_1 și T_2 ale corpurilor separate de ecran.

1.18.4. Schimbul de căldură prin radiație între o suprafață și un gaz

Gazele pure monoatomice și biatomice sunt practic transparente față de radiațiile termice și nu emit aceste radiații (deoarece sunt lipsite de suspensii solide). Deci un corp solid aflat într-un mediu gazos transparent nu face schimb de căldură prin radiație cu alt corp. Gazele poliatomice (CO_2 , H_2O , SO_2 , NH_3 , etc.) sunt transparente numai în anumite benzi ale spectrului de lungime de undă calorice, iar în restul benzilor emit sau absorb radiații termice. În calculele termice interesează CO_2 și H_2O , care se găsesc în gazele de ardere și care pot schimba căldură cu suprafețele din canalele de gaze. Spre deosebire de radiația corpurilor solide, care este un fenomen de suprafață, la corpurile gazoase fenomenul de radiație are loc în masa gazului

și depinde cantitatea de gaz aflată pe traseul radiației. Masa gazului aflată pe traseul radiației este:

$$m = \frac{p \cdot V}{r \cdot T_g} = \frac{p \cdot S \cdot l}{r \cdot T_g}$$

Pentru $S=1 \text{ m}^2$: $m_1 = \frac{p \cdot l}{r \cdot T_g} \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \right)$, l (m) - lungimea parcursă de radiație.

Coeficientul de absorbție a radiației va fi:

$$A_{\lambda} = f(T_g, p \cdot l)$$

$$I_{\lambda} = f(T_g, p \cdot l) = \frac{de}{d\lambda}$$

Corpul gazos va emite radiații pe lungimile de undă pe care le poate absorbi. Energia radiantă se calculează numai pentru benzile caracteristice gazului:

$$e_{\Delta\lambda} = \int_{\lambda_i}^{\lambda_s} I_{\lambda} \cdot d\lambda$$

unde: λ_i – lungimea inferioară de undă a benzii.

λ_s – lungimea superioară de undă a benzii.

$$\Delta\lambda = \lambda_s - \lambda_i$$

Energia totală va fi: $e_g = \sum e_{\Delta\lambda_j}$

În cazul gazelor, densitatea fluxului nu este proporțională cu T^4 . De

exemplu: $e_{\text{CO}_2} = \varepsilon_g \cdot C_0 \cdot T_g^{3,5}$; $e_{\text{H}_2\text{O}} = \varepsilon_g \cdot C_0 \cdot T_g^3$

$\varepsilon_g = \frac{e_g}{e_0}$ – coeficient de emisie al gazului; $\varepsilon_g = f(T_g, p \cdot l)$.

e_0 – densitatea fluxului de radiație emis (absorbit) de corpul negru.

Calculul schimbului de căldură prin radiație se face după relația lui Stefan-Boltzmann. Relația valabilă pentru o sferă este.

$$e = \varepsilon_p \cdot c_0 \cdot \left[\varepsilon_g \cdot \left(\frac{T_g}{100} \right)^4 - A_g \cdot \left(\frac{T_p}{100} \right)^4 \right]$$

în care: $T_g > T_p$, iar $\varepsilon_p = \frac{\varepsilon_g + 1}{2}$ – **coeficientul efectiv** de emisie a incintei.

A_g – coeficient de absorbție a gazului pentru temperatura T_p .

Pentru alte forme de incidență, diferite de sferă, se face un calcul de corecție. Dacă temperatura gazului diferă pe zone (de exemplu T_1, T_2), se ia pentru calculul:

$$T_g = \sqrt{T_1 \cdot T_2}$$

1.19. Schimbul complex de căldură între un perete și un gaz

Schimbul de căldură dintre un perete și un lichid se face numai prin convecție, deoarece coeficientul de trecere (D) a radiației este practic nul. În cazul gazului poliatomic schimbul de căldură este un proces complex de transmitere a căldurii prin convecție și conducție (Fig.12.33).

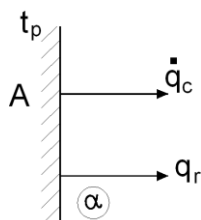


Fig.12.33 Schimbul complex de căldură între un perete și un gaz.

Se consideră un perete cu $t_p > t_f$ (t_f -temp. fluidului). Densitatea fluxului total va fi:

$$q = q_c + q_r$$

unde: q_c - densitatea fluxului termic prin convecție.

q_r - densitatea fluxului termic prin radiație.

$$q = \alpha \cdot (T_p - T_f) + \varepsilon \cdot c_0 \cdot \left[\left(\frac{T_p}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_f}{100} \right)^4 \right]$$

α (W / m² · K) - coeficient de convecție;

ε - coeficient de emisie a suprafeței sau a gazului, după caz (coeficientul de emisie al gazului în interiorul benzilor de absorbție a gazelor și a peretelui în afara acestor benzi). Dacă T_p este mică atunci primează transferul prin convecție; dacă temperatura peretelui este mare (ajunge la temperatura de incandescență), predomină procesul de radiație.

1.20. Transferul termic în regim staționar de la un fluid cald la un fluid rece prin pereți separatori

1.20.1. Transmiterea căldurii prin peretele plan

Se consideră două fluide f_1 și f_2 , cu temperaturile t_{f1} și t_{f2} , care spală un perete neomogen (λ_1 și λ_2), cu grosimile δ_1 și δ_2 ; coeficienții superficiali de convecție fiind α_1 și α_2 (Fig.12.34). Variația maximă a temperaturii între

fluide și perete are loc în straturile limită δ'_1 și δ'_2 , situate în contact cu peretele, straturi prin care căldura trece prin **conducție**.

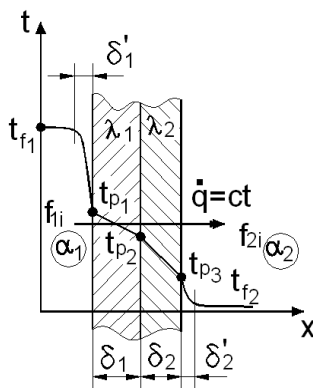


Fig.12.34 Transmiterea căldurii prin peretele plan.

În regim staționar, densitatea fluidului este constantă și se transmite prin: convecție (α_1) - conducție (λ_1, λ_2) - convecție (α_2).

Se poate scrie:

$$\begin{aligned} \dot{q} &= \alpha_1 \cdot (t_{f1} - t_{p1}) = \frac{\lambda_1}{\delta_1} \cdot (t_{p1} - t_{p2}) = \\ &= \frac{\lambda_2}{\delta_2} \cdot (t_{p2} - t_{p3}) = \alpha_2 \cdot (t_{p3} - t_{f2}) \end{aligned}$$

Rezultă: $t_{f1} - t_{p1} = \frac{\dot{q}}{\alpha_1} = \dot{q} \cdot R_1$;

$$t_{p1} - t_{p2} = \dot{q} \cdot \frac{\delta_1}{\lambda_1} = \dot{q} \cdot R_2$$

$$t_{p2} - t_{p3} = \dot{q} \cdot \frac{\delta_2}{\lambda_2} = \dot{q} \cdot R_3 \quad t_{p3} - t_{f2} = \frac{\dot{q}}{\alpha_2} = \dot{q} \cdot R_4$$

$R_i \left(\frac{\text{K} \cdot \text{m}^2}{\text{W}} \right)$ - rezistențe termice ; $R_t = \sum R_i$ - rezistența termică totală.

Însumând, rezultă: $t_{f1} - t_{f2} = \dot{q} \cdot \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2} \right) = \dot{q} \cdot R_t$

$$\dot{q} = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{\sum R_i} = k(t_{f1} - t_{f2})$$

$k \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right)$ - coeficient specific total de transfer termic sau **coeficient**

global de transfer termic: $k = \frac{1}{R_t} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}}$

În cazul pereților separatori subțiri rezistența termică de conducție se neglijează: $\frac{\delta_i}{\lambda_i} \rightarrow 0$ și rezultă: $k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}}$

Fluxul termic va fi: $\dot{Q} = q \cdot S$ (W)

1.20.2. Transferul căldurii prin peretele cilindric

În Fig. 12.35 se prezintă variația temperaturii prin zona peretelui.

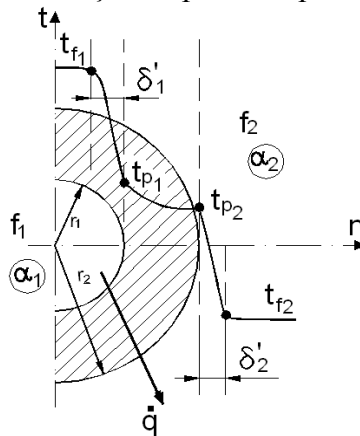


Fig.12.35. Transferul căldurii prin peretele cilindric.

Fluxul termic este:

$$\dot{Q} = \alpha_1 \cdot S_1 \cdot (t_{f1} - t_{p1}) = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot l}{\ln \frac{d_2}{d_1}} (t_{p1} - t_{p2}) = \alpha_2 \cdot S_2 \cdot (t_{p2} - t_{f2})$$

unde: $S_1 = \pi \cdot d_1 \cdot l$, $S_2 = \pi \cdot d_2 \cdot l$, l -înălțimea peretelui cilindric.

Pentru peretele omogen, fluxul termic pe unitate de lungime va fi:

$$q_1 = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{\frac{1}{\pi \cdot d_1 \cdot \alpha_1} + \frac{1}{\pi \cdot d_2 \cdot \alpha_2} + \frac{\ln \frac{d_2}{d_1}}{2 \cdot \pi \cdot \lambda}} = k \cdot \Delta t \left(\frac{W}{m} \right)$$

Pentru peretele cilindric omogen format din n straturi:

$$q_1 = \pi \cdot \frac{t_{f1} - t_{f2}}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_{n+1}} + \sum_{i=2}^n \frac{\ln \frac{d_{i+1}}{d_i}}{2 \cdot \lambda_i}} \left(\frac{W}{m} \right)$$

În cazul unui perete cilindric subțire, metalic, rezistența termică de conducție se poate neglija, adică: $t_p = t_{p1} = t_{p2}$ (caz întâlnit în construcția schimbătoarelor de căldură tubulare).

$$q_1 = \frac{\pi \cdot \bar{d} \cdot (t_{f1} - t_{f2})}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}}$$

unde: $\bar{d} = \frac{d_1 + d_2}{2}$ - diametrul mediu al țevii.

d_1 - diametrul interior al țevii.

d_2 - diametrul exterior al țevii.

În toate cazurile, fluxul termic este: $Q = q_1 \cdot l$ (W).

De obicei, în practică se cunosc: temperaturile celor două fluide, caracteristicile constructive ale peretelui (δ, λ, r_i) și regimul de curgere a

fluidelor, iar fluxul termic Q (W) este necunoscut.

Calculul se face prin încercări până se obține o eroare admisibilă. În tehnică, pentru calculul efectiv, se pot utiliza coeficienții de transfer (α_1, α_2) obținuți în cazuri des întâlnite și care sunt dați în tabele, însă precizia este redusă. De

exemplu, pentru vaporizare: $\alpha = 500 \div 45000 \left(\frac{W}{m^2 \cdot K} \right)$, valorile extreme

fiind în raport de 1/90, deci și suprafețele extreme se găsesc în același raport (pentru aceeași diferență de temperatură Δt). În concluzie, calculul trebuie să se facă cât mai precis, atât cât permite precizia garantată de ecuațiile criteriale stabilite.

Procedeeul de calcul prin **încercări – erori** decurge în felul următor:

- se alege o temperatură t_{p1} mai apropiată de t_{f1} și, în funcție de regimul de curgere a fluidului, se calculează α_1 (care se corectează în cazul prezenței radiației).

- se calculează $\dot{Q} = \alpha_1 \cdot S_1 \cdot (t_{f1} - t_{p1})$.
- se determină rezistența termică de conducție și se calculează t_{p2} (în contact cu fluidul rece cu temperatura t_{f2}).
- se determină coeficientul de transfer termic superficial α_2 (în funcție de regimul de curgere pentru fluidul rece) și se corectează în cazul prezenței radiației.
- se calculează: $\dot{Q}_1 = \alpha_2 \cdot S_2 \cdot (t_{p2} - t_{f2})$ și se compară cu fluxul termic calculat anterior.
- mărimea și semnul erorii arată cum trebuie aleasă o nouă valoare pentru t_{p1} , calculul repetându-se la fel ca mai înainte, astfel încât această eroare să

fie admisibilă:
$$e = \frac{\dot{Q}_1 - \dot{Q}}{\dot{Q}} \cdot 100 (\%) .$$

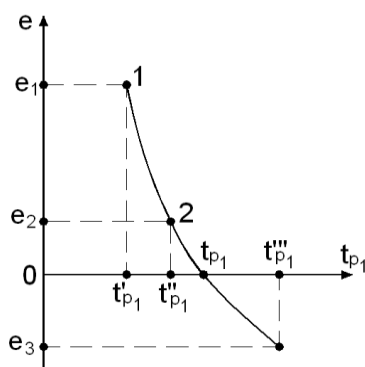


Fig.12.36 Curba erorii.

Sunt necesare cel puțin trei încercări, dintre care una trebuie să ofere o eroare de semn contrar față de celelalte două; se poate trasa curba erorii în funcție de parametrul ales (t_{p1}) și intersecția curbei erorii cu abscisa ($e = 0$) dă valoarea corectă a temperaturii t_{p1} (Fig.12.36), deci se poate calcula fluxul termic real :

$$\dot{Q} = \alpha_1 \cdot S_1 \cdot (t_{f1} - t_{p1}) .$$

Schimbul de căldură între două fluide separate printr-un perete poate fi un proces util (când se urmărește ca R_t să fie cât mai mică) sau nedorit și, în acest ultim caz, micșorarea schimbului de căldură se face folosind o izolație termică.

Grosimea critică a izolației termice pentru o conductă

Se consideră două fluide, având temperaturile T_i și T_e , care circulă prin interiorul și, respectiv, prin exteriorul unei conducte cu diametrele d_1 și d_2 . Izolația conductei are coeficientul de conducție λ_{iz} (Fig.12.37).

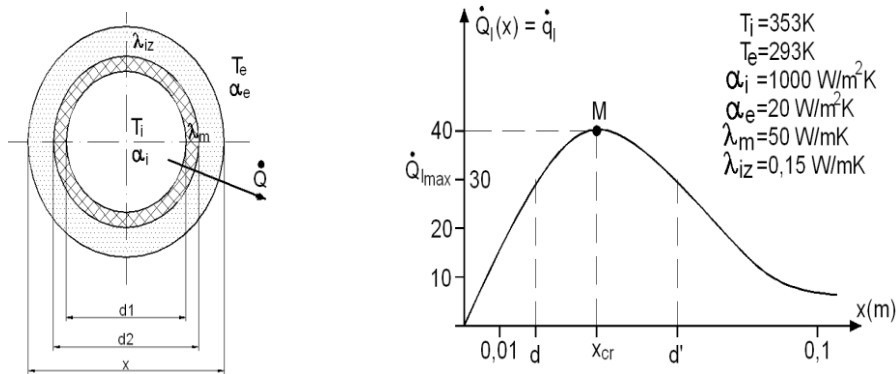


Fig.12.37. Grosimea critică a izolație termice pentru o conductă.

Fluxul termic liniar este(x-diametrul exterior al izolației) :

$$q_1 = \frac{\pi \cdot (T_i - T_e)}{\frac{1}{d_1 \cdot \alpha_i} + \frac{1}{2 \cdot \lambda_m} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2 \cdot \lambda_{iz}} \cdot \ln \frac{x}{d_2} + \frac{1}{\alpha_e \cdot x}} = \frac{\Delta T}{R_1} \left(\frac{\text{W}}{\text{m}} \right)$$

Pentru: $x \rightarrow 0$ și $x \rightarrow \infty$ rezultă $q_1 \rightarrow 0$, deci funcția $q_1(x)$ are un extrem.

$R_1 = f(x)$ - rezistența termică liniară.

Se face $f'(x) = 0$ și rezultă : $d_{cr} = x_{cr} = 2 \cdot \frac{\lambda_{iz}}{\alpha_e} = d_{cr} = f(\lambda_{iz}, \lambda_e)$.

Se face: $f''(x) = f''(x_{cr}) > 0$; deci R_1 prezintă un minim, iar q_1 un maxim.

Se observă că pentru:

- $d < d_{cr}$ - fluxul termic liniar q_1 crește, deci se obține un efect contrar celui scontat (d_{cr} este diametrul critic).

- $d > d_{cr}$ - fluxul termic liniar q_1 scade, deci se obține un efect scontat.

Se utilizează condiția: $d_{izol.} \geq d_{cr}$, pentru o izolație bună.

Grosimea izolației va fi: $\delta_{izol} = \frac{x - d_2}{2}$.

1.21. Schimbătoare de căldură

Schimbătoarele de căldură sunt aparate destinate transmiterii căldurii de la un fluid cald la unul rece. Sunt utilizate în instalații termice, neexistând instalație termică fără schimbătoare de căldură. Nomenclatura lor este foarte variată: cazan, refrigerent, condensator, vaporizator, boiler, radiator, răcitor, încălzitor, etc. **Clasificare:**

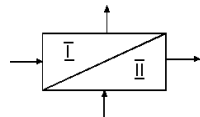
După modul de realizare a contactului dintre fluide:

a) schimbătoare prin suprafață (schimb de căldură prin pereți);

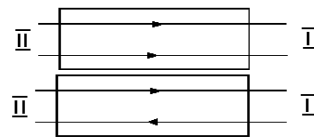
b) schimbătoare prin contact: schimb de căldură prin amestec (fluidele nu trebuie să reacționeze chimic între ele).

a) Schimbătoarele prin suprafață pot fi:

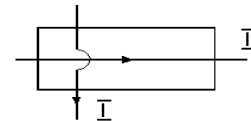
a₁) **recuperative:** -cu curgere paralelă : în echicurent



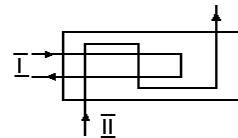
- în contracurent



- cu curgere încrucișată



- cu schemă combinată



a₂) **regenerative:** funcționează în regim nestaționiar, ambele fluide trecând alternativ prin același spațiu destinat schimbului de căldură, funcționarea fiind ciclică. Se pun două probleme:

- calcularea suprafeței de schimb de căldură prin proiectare.

- pentru un aparat existent se face un calcul de verificare.

1.21.1. Calculul schimbătoarelor de căldură

Se notează cu indici:

1 – pentru fluidul cald; (') – indice pentru intrarea în aparat;

2 – pentru fluidul rece; (") – indice pentru ieșirea din aparat.

În general, schimbătoarele de căldură funcționează la presiune constantă (dacă se neglijează pierderea de presiune datorită rezistențelor la curgerea fluidelor). Ecuația bilanțului caloric al unui schimbător ideal (fără pierderi

de căldură) arată egalitatea dintre fluxul termic cedat de fluidul cald și fluxul termic primit de fluidul rece:

$$\dot{Q}_1 = \dot{m}_1 \cdot (i_1' - i_1'') = \dot{Q}_2 = \dot{m}_2 \cdot (i_2'' - i_2')$$

Obs.: Indicii (') și ('') sunt pentru cifrele indicatoare (1 și 2) și nu pentru entalpii (ca pentru vapori la saturație: i' și i'').

Dacă fluidul nu-și schimbă starea de agregare, ecuația de bilanț este:

$$\dot{m}_1 \cdot c_{p1} \cdot (t_1' - t_1'') = \dot{m}_2 \cdot c_{p2} \cdot (t_2'' - t_2')$$

Notând: $\dot{m} \cdot c_p = C \left(\frac{\text{W}}{\text{grd}} \right)$ -**capacitatea calorică**, rezultă:

$$C_1 \cdot \Delta t_1 = C_2 \cdot \Delta t_2$$

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{C_2}{C_1}$$

Pentru aparatele cu schimbare de stare de agregare, ecuația se scrie:

pentru vaporizatoare: $C_1 \cdot (t_1' - t_1'') = \dot{m}_2 \cdot r \cdot \Delta x$

$$\begin{cases} i_2'' = i_2' + x_2 \cdot r \\ i_2' = i_2' + x_1 \cdot r \end{cases} \rightarrow \Delta i = r \cdot \Delta x$$

pentru condensatoare: $\dot{m}_1 \cdot r \cdot \Delta x = C_2 \cdot (t_2'' - t_2')$

Δx - variația titlului vaporilor.

Pentru cazul când schimbarea de fază se face între starea de lichid saturat ($x = 0$) și starea de vapori saturați uscați ($x = 1$), atunci $\Delta x = 1$.

Variația temperaturilor fluidelor pentru schimbătoarele de căldură cu curenți paraleli este dată în Fig.12.38.

Ecuația de transmitere a căldurii în schimbător este ecuația lui **Newton**:

$$\dot{Q} = k \cdot S \cdot \Delta t_m \text{ (W)}$$

$k \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right)$ - **coeficientul mediu (global) de transmitere a căldurii**.

$S(\text{m}^2)$ - suprafața de schimb de căldură .

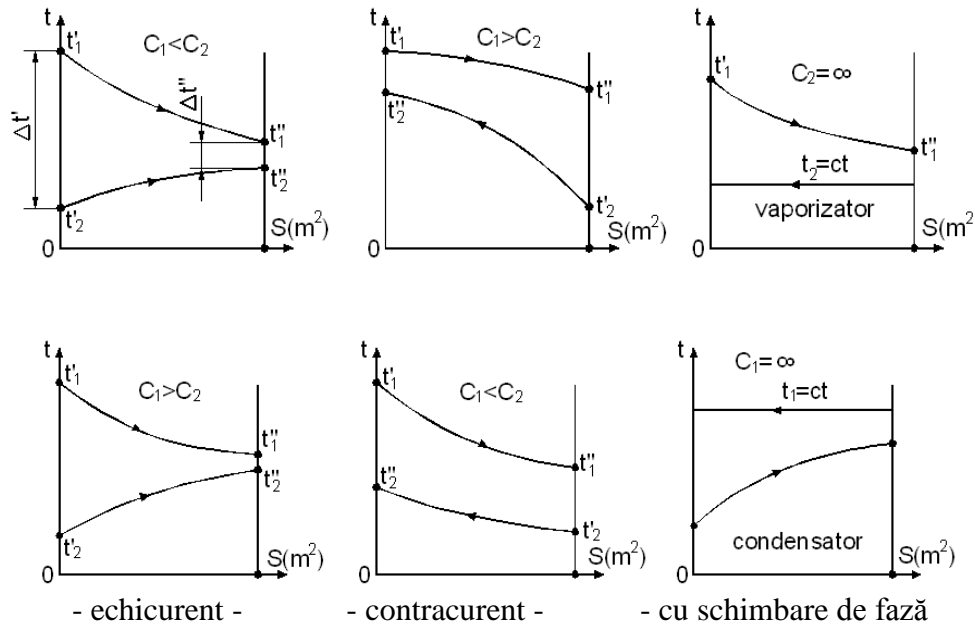


Fig. 12.38. Reprezentare în diagrama t-S.

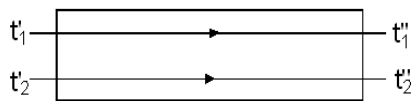
Δt_m (grd) – diferența de temperatură de calcul.

Pentru un schimbător de căldură ideal, întreaga cantitate de căldură cedată de fluidul cald este transmisă fluidului rece:

$$\dot{Q} = m_1 \cdot (i_1' - i_1'') = m_2 \cdot (i_2'' - i_1') = k \cdot S \cdot \Delta t_m$$

1.21.2. Calculul diferenței logaritmice de temperatură Δt_m

Se consideră un schimbător de căldură cu circulație în echicurent, cu curenți paraleli (Fig. 12.39).



paraleli (Fig. 12.39). Pentru suprafața $S = 0$ corespunde capătul de intrare în schimbător a ambelor fluide. Se notează:

$\Delta t'$ – diferența de temperatură la intrare;
 $\Delta t''$ – diferența de temperatură la ieșire.

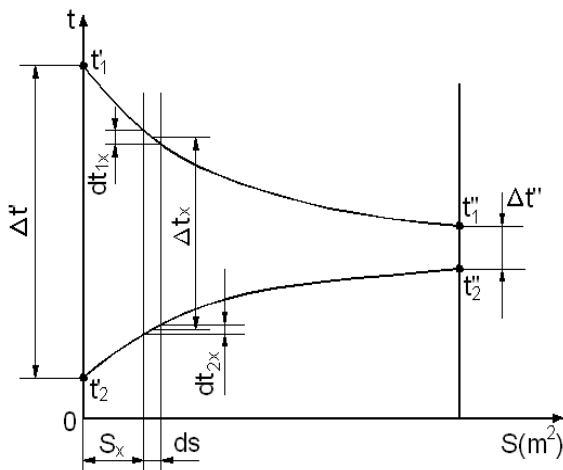


Fig. 12.39. Diagrama t-S.

Se admite o suprafață infinit de mică, dS , situată la distanța x față de intrare; S_x este suprafața de căldură măsurată față de intrare.

Pentru elementul de suprafață, schimbul de căldură este:

- pentru fluidul cald:

$$\delta \dot{Q} = -m_1 \cdot c_{p1} \cdot dt_1 = -C_1 \cdot dt_1$$

- pentru fluidul rece:

$$\delta \dot{Q} = m_2 \cdot c_{p2} \cdot dt_2 = C_2 \cdot dt_2$$

Pentru fluidul cald se ia semnul minus, deoarece $dt_1 < 0$.

Interesează să se calculeze Δt_x :

$$dt_1 = -\frac{\delta \dot{Q}}{C_1}; \quad dt_2 = \frac{\delta \dot{Q}}{C_2};$$

Rezultă:

$$d(t_1 - t_2) = d(\Delta t_x) = (dt_1 - dt_2)_x = -\delta \dot{Q} \cdot \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = -m \cdot \delta \dot{Q}$$

$$\text{unde: } m = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}; \quad \delta \dot{Q} = -\frac{d(\Delta t_x)}{m}$$

$$\text{Dar: } \delta \dot{Q} = k \cdot (t_1 - t_2) \cdot dS = k \cdot \Delta t_x \cdot dS = -\frac{d(\Delta t_x)}{m}$$

$$d(\Delta t_x) = -m \cdot k \cdot \Delta t_x \cdot dS$$

$$\text{Se separă variabilele: } \frac{d(\Delta t_x)}{\Delta t_x} = -m \cdot k \cdot dS$$

ecuația diferențială, care arată variația: $\Delta t_x = f(S_x)$.

Se integrează între limitele: $0 \rightarrow S_x$, pentru dS și $\Delta t' - \Delta t_x$, pentru $d(\Delta t_x)$.

Rezultă:

$$\int_{\Delta t'}^{\Delta t_x} \frac{d(\Delta t_x)}{\Delta t_x} = - \int_0^{S_x} m \cdot k \cdot dS$$

Se consideră m și k constante:

$$\ln \frac{\Delta t_x}{\Delta t'} = -m \cdot k \cdot S_x$$

sau:
$$\Delta t_x = \Delta t' \cdot e^{-m \cdot k \cdot S_x} = f(S_x)$$

Condiții limită: $S_x = 0 \rightarrow \Delta t_x = \Delta t'$; $S_x = S \rightarrow \Delta t_x = \Delta t''$

Rezultă: $\Delta t'' = \Delta t' \cdot e^{-m \cdot k \cdot S}$

Diferența medie logaritmică de temperatură va fi:

$$\Delta t_m = \frac{1}{S} \cdot \int_0^S f(S_x) \cdot dS = \frac{\Delta t'}{S} \cdot \int_0^S e^{-m \cdot k \cdot S_x} \cdot dS$$

$$\Delta t_m = \Delta t' \cdot \frac{1}{-m \cdot k \cdot S} \cdot [e^{-m \cdot k \cdot S} - 1] \quad (A)$$

Dar:
$$\ln \frac{\Delta t_x}{\Delta t'} = -m \cdot k \cdot S_x; \quad \begin{cases} S_x = S \\ \Delta t_x = \Delta t'' \end{cases}$$

Rezultă:
$$\ln \frac{\Delta t''}{\Delta t'} = -m \cdot k \cdot S \text{ sau:}$$

$$\frac{\Delta t''}{\Delta t'} = e^{-m \cdot k \cdot S}$$

După înlocuiri în ecuația (A), se obține:

$$\Delta t_m = \Delta t' \cdot \frac{1}{\ln \frac{\Delta t''}{\Delta t'}} \cdot \left[\frac{\Delta t''}{\Delta t'} - 1 \right] = \frac{\Delta t'' - \Delta t'}{\ln \frac{\Delta t''}{\Delta t'}} = \frac{(t_1'' - t_2'') - (t_1' - t_2')}{\ln \frac{t_1'' - t_2''}{t_1' - t_2'}}$$

Δt_m - **diferența medie logaritmică de temperatură.**

Pentru un schimbător cu circulație în contracurent (Fig.12.40), se obține:

$$\Delta t_m = \frac{(t_1' - t_2'') - (t_1'' - t_2')}{\ln \frac{t_1' - t_2''}{t_1'' - t_2'}} = \frac{\Delta t_{\max} - \Delta t_{\min}}{\ln \frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}}}$$

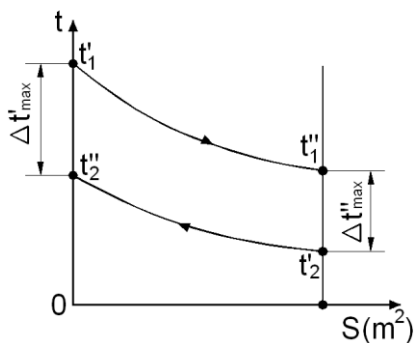


Fig.12.40.Diagrama t-S pentru circulație în contracurent.

Δt_{\max} - diferența maximă de temperatură de la capătul schimbătorului;

Δt_{\min} - diferența minimă de temperatură.

Pentru două schimbătoare de căldură, cu aceeași sarcină

termică \dot{Q} și aceleași temperaturi de intrare și ieșire, se verifică că:

$$\frac{S_e}{S_c} = \frac{(\Delta t_m)_c}{(\Delta t_m)_e} > 1 \quad \begin{aligned} \dot{Q} &= k \cdot S_c \cdot (\Delta t_m)_c \\ \dot{Q} &= k \cdot S_e \cdot (\Delta t)_e \end{aligned}$$

Deci, schimbătorul de căldură în contracurent este mai eficient din punct de vedere economic, deoarece $S_c < S_e$.

S_c (m^2) – suprafața de căldură pentru circulația fluidelor în contracurent;

S_e (m^2) – suprafața de căldură pentru circulația în echicurent.

Pentru schimbătoarele de căldură cu curenți încrucișați, sau cu schemă combinată de circulație a fluidelor, se face o corecție de calcul:

$$\Delta t_m = \varepsilon_{\Delta t} \cdot \Delta t_{m_c}$$

unde Δt_{m_c} este diferența medie logaritmică în contracurent.

$\varepsilon_{\Delta t}$ – coeficient de corecție care depinde de doi parametri: P și R (avînd valori după tipul schimbătorului) (Fig.12.40).

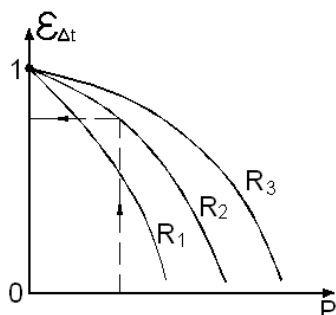


Fig.12.40 Diagrama $\varepsilon_{\Delta t}$ -P

1.22. Conducția căldurii în regim

nestaționar

1.22.1. Generalități

Prin introducerea unui corp solid într-un fluid (existînd o diferență finită de temperatură), apare un schimb de căldură între corp și fluid (în sensul indicat de principiul II al termodinamicii). Dacă acest corp nu are surse interne de căldură, se va răci sau încălzi continuu până când se va realiza un echilibru termic cu fluidul. În timpul schimbului de căldură corpul solid va avea o variație continuă a temperaturii sale. În oricare din punctele sale câmpul termic va fi nestaționar:

$$t = f(x, y, z, \tau)$$

Transmiterea de căldură se face de la fluid la solid prin convecție și prin solid se face prin conducție. Se consideră cazul unui corp solid cu surse interioare de căldură. Inițial, sursa interioară nu funcționează și în acest fel corpul este în echilibru termic cu fluidul înconjurător. Când sursa începe să funcționeze, căldura se propagă prin corp spre exterior, fiind cedată

exteriorului prin convecție și radiație. Temperaturile în orice punct din corp vor crește până se va atinge regimul stabilizat; în acest caz, regimul devine staționar și căldura sursei este cedată integral fluidului. Temperaturile vor fi mai ridicate, cu cât zonele sunt mai aproape de surse. Deci, între momentul intrării sursei în funcțiune și momentul atingerii regimului staționar stabilizat, câmpul termic prin corp este **nestaționar**. Pentru o placă verticală cu grosimea $2 \cdot \delta$, fără surse interne de căldură, cufundată într-un fluid cu temperatura t_f (constantă în timp), se deosebesc două cazuri(Fig.12.41):

a) $t_f > t_0$ (corpul se **încălzește**)

b) $t_f < t_0$ (corpul se **răcește**)

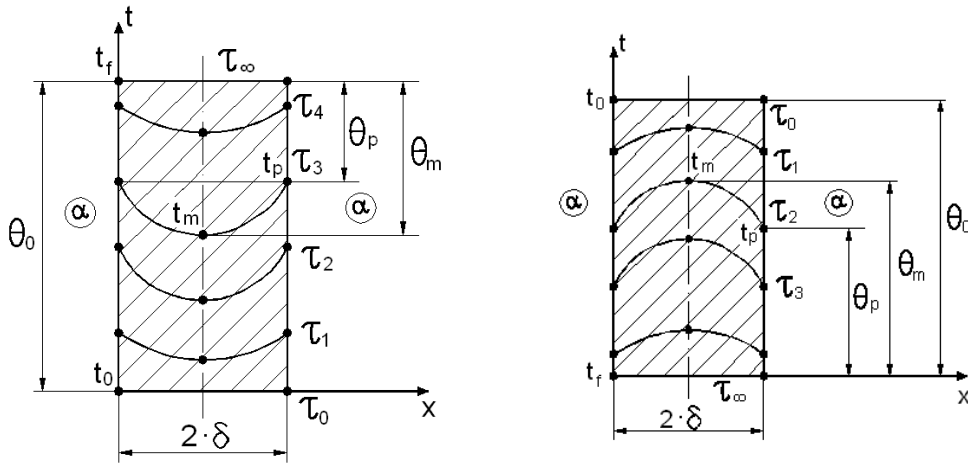


Fig.12.41. Variația temperaturii într-o placă: a)-încălzire; b)-răcire.

Se notează:

$$\begin{cases} \theta_0 = t_f - t_0 \\ \theta_m = t_f - t_m \\ \theta_0 = t_f - t_p \end{cases} \quad \begin{cases} \theta_0 = t_0 - t_f \\ \theta_m = t_m - t_f \\ \theta_0 = t_p - t_f \end{cases}$$

În ambele cazuri se consideră același coeficient de convecție α pentru cele două fețe. Variația de temperatură este mult mai mare la suprafață decât în centrul corpului, în special la începutul încălzirii corpului(Fig.12.42).

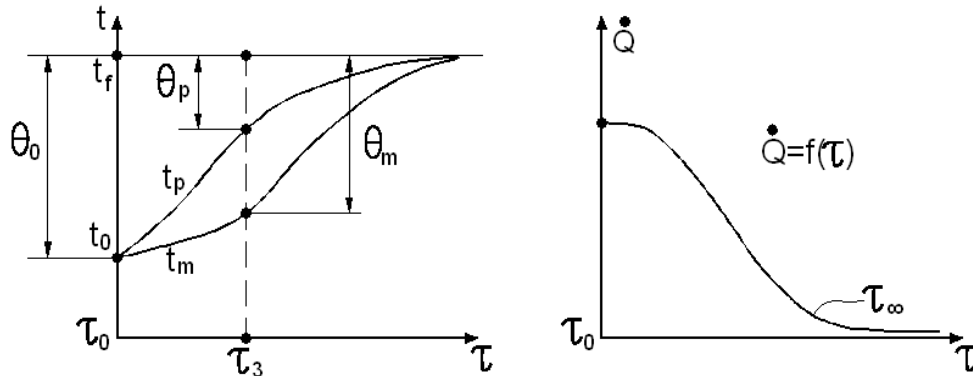


Fig.12.42. Variația temperaturii și a fluxului termic absorbit de o placă care se încălzește.

În cazul unei plăci care separă două fluide, care la momentul inițial τ_0 au temperaturile t_{f1} și t_{f2} ($t_{f1} > t_{f2}$), pereții vor avea temperaturile t_{p1} și t_{p2} . Pentru regimul stabilizat fluxul termic cedat de fluidul cald fluidului rece este constant ($\dot{Q}_0 = ct$).

Dacă temperatura t_{f1} crește la t'_{f1} (la timpul τ_0), atunci fluxul termic absorbit de placă va crește (\dot{Q}_1), echilibrul termic se modifică ($\dot{Q}_1 > \dot{Q}_2$)

și, deci, placa va absorbi fluxul termic: $\dot{Q} = \dot{Q}_1 - \dot{Q}_2$, unde:

\dot{Q}_1 - fluxul termic absorbit de placă de la fluidul cald;

\dot{Q}_2 fluxul termic cedat fluidului rece;

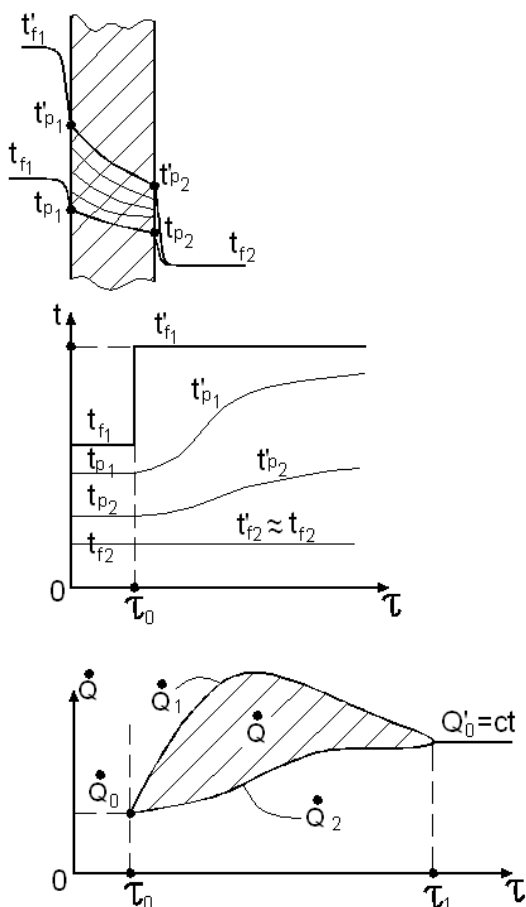


Fig.12.43. Variația fluxului termic .

\dot{Q} - aria cuprinsă între curbe (Fig.12.43).

După trecerea unui timp foarte mare se atinge din nou un regim termic staționar:

$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 = \dot{Q}_0$, dacă temperaturile t_{f1} și t_{f2} se mențin constante.

Capacitatea de absorbție a căldurii de către corp depinde de parametrii: ρ, c, λ , iar viteza de desfășurare a procesului termic depinde de **difuzivitatea**

termică a substanței: $a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c}$

($\frac{m^2}{s}$), care are aceeași

importanță cu conductivitatea termică λ în procesele staționare.

Pentru un model de calcul, se înlocuiește desfășurarea continuă a procesului printr-un proces discontinuu (în salturi).

1.22.2. Ecuatiile câmpului termic în regim nestaționar (Fourier)

Datorită complexității ecuațiilor, s-a stabilit analitic numai câmpul termic prin corpurile solide cu formă regulată, pentru care se poate găsi analitic o ecuație rezolvabilă. Astfel, se poate determina temperatura medie a unui corp și, deci, se poate determina fluxul termic schimbat cu fluidul:

$$\dot{Q} = \alpha \cdot S \cdot (\bar{t} - t_f)$$

S-au stabilit ecuații pentru corpuri: plane, cilindrice și sferice, exprimate în coordonate: - carteziene: $t = f(\tau, x, y, z)$;

- cilindrice: $t = f(r, \varphi, z, \tau)$;

- sferice: $t = f(r, \varphi, \psi, \tau)$.

În toate cazurile, s-a considerat că fiecare corp posedă o sursă internă de căldură, egal repartizată în toată masa corpului. Se demonstrează că, pentru un corp de formă prismatică (de exemplu, un cub cu laturile dx , dy , dz), **ecuația diferențială generală a câmpului termic este:**

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \cdot \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{q}_v}{\rho \cdot c} = a \cdot \nabla^2 t + \frac{\dot{q}_v}{\rho \cdot c}$$

unde: \dot{q}_v $\left(\frac{W}{m^3} \right)$ - fluxul termic pe unitatea de volum, dat de sursele interne.

Pentru cazuri particulare, se pot lua forme simplificate, astfel se poate orienta cubul elementar, încât fluxul termic să fie numai după direcția dx și

în acest caz: $\frac{\partial t}{\partial y} = 0$, $\frac{\partial t}{\partial z} = 0$, iar ecuația devine: $\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \cdot \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$

Caz particular: $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0 \rightarrow$ regim termic staționar (caz studiat).

Pentru un corp cilindric (Oz este axa cilindrului) se obține următoarea ecuație diferențială a câmpului termic:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{q}_v}{\rho \cdot c}$$

unde: r – raza cilindrului de grosime dr ;

$d\varphi$ – unghiul sub care este subîntins elementul considerat.

Dacă fluxul termic este orientat după direcție radială: $\frac{\partial t}{\partial \varphi} = 0$; $\frac{\partial t}{\partial z} = 0$ și

ecuația devine:
$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} \right) + \frac{\dot{q}_v}{\rho \cdot c}$$

Dacă regimul termic este stabilizat $\left(\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0 \right)$ și $\dot{q}_v = 0$: $\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} = 0$

Din această relație se obține ecuația pentru peretele cilindric în regim staționar de conducție (caz studiat). Rezolvarea analitică a ecuațiilor Fourier este foarte anevoioasă, uneori imposibilă fără ipoteze simplificatoare, care se traduc prin diferențe importante între calcul și observațiile de laborator. Condițiile care suplimentează ecuațiile generale ale lui Fourier sunt condițiile reale de descriere matematică a particularităților fenomenelor. În acest fel, se obține un rezultat valabil pentru procesul studiat. Aceste condiții sunt:

1° - **condiții geometrice** (formă, dimensiune).

2° - **condiții fizice** ale corpului și ale mediului cu care corpul este în contact ($\lambda, \rho, c, \text{etc.}$) și distribuția surselor interne.

3° - **condiții inițiale de timp**, care descriu distribuția temperaturilor la momentul inițial pentru procesul de conducție: $t = f(x, y, z)$ la $\tau_0 = 0$; dacă la $\tau = 0$ corpul are aceeași temperatură, atunci $t = t_0 = ct$.

4° - **condiții de contur**, care determină interacțiunile dintre corp și fluid la nivelul suprafeței.

Pentru simplificarea calculului se lucrează după o direcție, adică:

-axa **0-x**, pentru care elementul plan de suprafață este $dS = dy \cdot dz$;

-direcția radială, pentru peretele cilindric.

Pentru toate cazurile care se vor studia, se folosesc notațiile:

t_0 – temperatura inițială a corpului (la momentul τ_0);

t_f – temperatura fluidului;

t_p – temperatura peretelui la suprafață;

t_m – temperatura în mijlocul peretelui;

\bar{t} – temperatura medie a corpului;

t – temperatura într-un punct oarecare al corpului.

În calcule, se lucrează, de obicei, cu diferențele de temperatură dintre corp și fluid :

$$\theta = t_f - t \rightarrow \text{pentru încălzirea corpului;}$$

$$\theta = t - t_f \rightarrow \text{pentru răcirea corpului.}$$

θ_0 – diferența inițială de temperatură [grd]; $\theta_0 = t_f - t_0$.

θ_p – diferența de temperatură la suprafață; $\theta_p = t_f - t_p$.

θ_m – diferența de temperatură în centru (la mijlocul corpului); $\theta_m = t_f - t_m$.

$\bar{\theta}$ – diferența medie de temperatură; $\bar{\theta} = t_f - \bar{t}$.

θ – diferența de temperatură într-un punct oarecare: $\theta = t_f - t$.

Pentru a trasa câmpul termic este necesar (uneori) să se calculeze θ_m și θ_p .

1.22.3. Conducția căldurii în regim nestaționar prin peretele subțire

Metoda analitică

Acest caz corespunde cu încălzirea sau răcirea tablelor, când grosimea tablelor este mică, încât **se neglijează variația temperaturii cu grosimea plăcii**, dar temperatura t este variabilă în timp, dacă tabla vine în contact cu un fluid cu temperatură diferită de a sa (se consideră $t_f = ct$).

Durata de timp, până când tabla subțire ajunge la echilibru termic cu fluidul este mult mai redusă decât în cazul plăcilor groase. Pentru o durată infinit de mică, $d\tau$ căldura schimbată între placă și fluid este:

$$\delta Q = \alpha \cdot S \cdot (t_f - t) \cdot d\tau \quad \text{sau} \quad \delta Q = \alpha \cdot S \cdot (t - t_f) \cdot d\tau$$

după cum procesul este de încălzire sau de răcire.

Această căldură este primită (cedată) de corp care se încălzește (răcește):

$$\delta Q = m \cdot c \cdot dt$$

Deci: $\alpha \cdot S \cdot (t_f - t) \cdot d\tau = m \cdot c \cdot dt$

Se notează: $\theta = t_f - t$; $d\theta = -d\tau$,

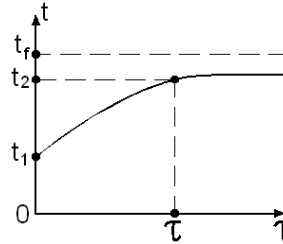
rezultă:
$$\frac{d\theta}{\theta} = - \frac{\alpha \cdot c}{m \cdot c} \cdot d\tau$$

Pentru momentul inițial, τ_1 , diferența de temperatură este $\theta = \theta_1$, iar pentru momentul final, τ_2 , $\theta = \theta_2$. Se integrează ecuația de mai sus între limitele:

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{1}{\theta} d\theta = \int_0^{\tau} -\frac{\alpha \cdot S}{m \cdot c} d\tau \Rightarrow \ln \frac{\theta_2}{\theta_1} = -\frac{\alpha \cdot S}{m \cdot c} \cdot \tau$$

τ – durata procesului: $\tau = \tau_2 - \tau_1$.

$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{t_f - t_2}{t_f - t_1} = e^{-\frac{\alpha \cdot S}{m \cdot c} \cdot \tau} \quad (A)$$



sau $\theta_2 = \theta_1 \cdot e^{-\frac{\alpha \cdot S}{m \cdot c} \cdot \tau}$, deci se poate determina

temperatura plăcii după durata de încălzire $\tau = \tau_2 - \tau_1$:

$$\begin{cases} \theta_2 = t_f - t_2 \\ \theta_1 = t_f - t_1 \end{cases}$$

$$t_2 = t_f - (t_f - t_1) \cdot e^{-\frac{\alpha \cdot S}{m \cdot c} \cdot \tau}$$

Problema se poate pune și invers: după cât timp temperatura plăcii devine t_2 , diferența de temperatură fiind: $\theta_2 = t_f - t_2$.

Rezultă:
$$\tau = -\frac{m \cdot c}{\alpha \cdot S} \cdot \ln \frac{\theta_2}{\theta_1} = -\frac{m \cdot c}{\alpha \cdot S} \cdot \ln \frac{t_f - t_2}{t_f - t_1}$$

sau:
$$\tau = \frac{m \cdot c}{\alpha \cdot S} \cdot \ln \frac{t_f - t_1}{t_f - t_2}$$

$\frac{m \cdot c}{\alpha \cdot S} \rightarrow$ constantă de timp (sec.) pentru materialul respectiv.

Ecuația (A) se mai scrie:

$$\frac{\bar{\theta}}{\theta_0} = \frac{t_f - \bar{t}}{t_f - t_0} = e^{-B_i \cdot F_0} ; \bar{\theta} = f(B_i, F_0)$$

t_0 – temperatura la momentul inițial (τ_0);

\bar{t} – temperatura medie la momentul τ .

$$B_i = \frac{\alpha \cdot l_c}{\lambda} - \text{criteriul Biot}$$

$B_i > 1 \rightarrow$ influența convecției este mare;

$B_i < 1 \rightarrow$ influența conducției este mare.

l_c – lungimea(dimensiunea) caracteristică.

$$F_0 = \frac{a \cdot \tau}{l_c^2} - \text{criteriul Fourier}$$

$$\frac{\alpha \cdot S}{m \cdot c} \cdot \tau = \frac{\alpha \cdot S}{\rho \cdot S \cdot l_c \cdot c} \cdot \tau = \frac{\alpha}{\rho \cdot l_c \cdot c} \cdot \tau \cdot \left(\frac{\lambda \cdot l_c}{\lambda \cdot l_c} \right) =$$

Se poate scrie :

$$\left(\frac{\alpha \cdot l_c}{\lambda} \right) \cdot \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \cdot \frac{\tau}{l_c^2} = \frac{\alpha \cdot l_c}{\lambda} \left(a \cdot \frac{\tau}{l_c^2} \right) = B_i \cdot F_0$$

Pentru rezolvarea practică și rapidă a problemelor de conducție, în regim staționar, se utilizează nomograme ale funcțiilor $\bar{\theta}$ pentru peretele plan, cilindru și sferă, de unde rezultă $\bar{\theta}$, apoi se calculează fluxul termic:

$$\dot{Q} = \alpha \cdot S \cdot (t_f - \bar{t}) = \alpha \cdot S \cdot \bar{\theta} ; \frac{\theta_m}{\theta_0} = \frac{\bar{\theta}}{\theta_0}$$

Metoda diferențelor finite(Schmidt)

Se consideră o bară omogenă și izotropă aflată în regim de conducție termică nestaționară. Ecuația diferențială a câmpului de temperatură (după o direcția x) este:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \cdot \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$$

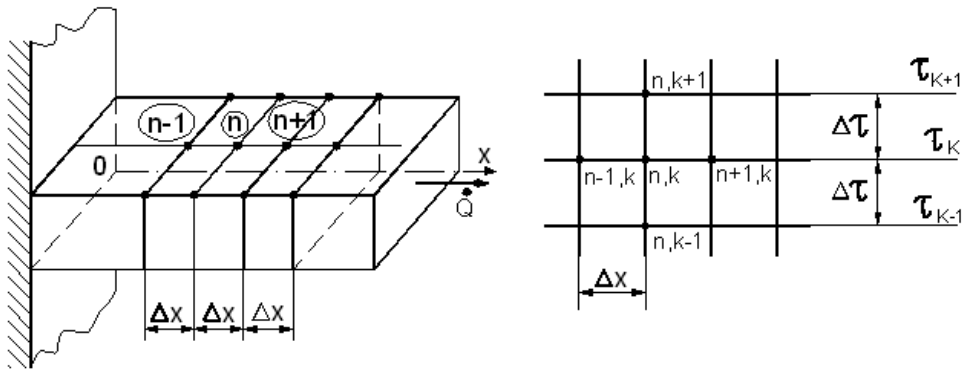


Fig. 12.44. Schema de calcul pentru nodul n .

Se consideră că bara nu are surse interne de căldură și se admit ipotezele: proprietățile sale fizice sunt invariabile în timp și spațiu. efectele termice în nodurile caracteristice sunt concentrate în centrele de simetrie.

Această metodă permite stabilirea unui **algoritm de calcul** și obținerea rapidă a soluțiilor, cu ajutorul programelor de calcul.

Pentru nodul **n** se poate scrie (Fig.12.44):

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_+ \rightarrow \frac{t_{n+1} - t_n}{\Delta x} \text{ (variație progresivă)}$$

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_- \rightarrow \frac{t_{n-1} - t_n}{\Delta x} \text{ (variația regresivă)}$$

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \rightarrow \frac{1}{\Delta x} \cdot \left[\left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)_+ - \left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)_- \right] = \frac{t_{n+1} - t_{n-1} - 2 \cdot t_n}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} \rightarrow \frac{t'_n - t_n}{\Delta \tau} = \frac{t_n^{(K+1)} - t_n^{(K)}}{\Delta \tau} = \frac{t_n^{(K)} - t_n^{(K-1)}}{\Delta \tau}$$

$\Delta \tau$ – este intervalul de timp corespunzător variației temperaturii de la nodul (n, k-1) la nodul (n, k) sau de la nodul (n, k) la nodul (n, k+1).

Ecuția diferențială a câmpului de temperatură pentru nodul **n** se scrie:

$$\frac{t'_n - t_n}{\Delta \tau} = \frac{a}{\Delta x^2} \cdot (t_{n+1} + t_{n-1} - 2 \cdot t_n), \text{ dar } \frac{a \cdot \Delta \tau}{\Delta x^2} = F_0;$$

$$\text{sau: } t'_n = F_0 \cdot (t_{n+1} + t_{n-1} - 2 \cdot t_n) + t_n; \quad t'_n = F_0 \cdot (t_{n+1} + t_{n-1}) + (1 - 2 \cdot F_0) \cdot t_n$$

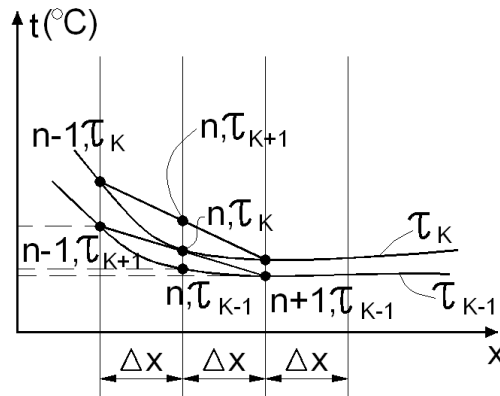


Fig. 12.45. Metoda Schmidt pentru o bară încălzită.

Pentru $F_0 = \frac{1}{2}$ rezultă:

$$t'_n = \frac{t_{n+1} + t_{n-1}}{2}$$

sau:

$$t'_n = t_{n,K+1} = \frac{t_{n+1,K} + t_{n-1,K}}{2}$$

Metoda se poate extinde la cazurile în care fluxul termic se transmite pe două sau trei direcții, precum și la conducția termică staționară sau nestaționară prin corpuri de diverse forme.

În urma prelucrării datelor pe calculator, rezultă câmpul termic pentru cazul studiat. În Fig.12.45 s-a reprezentat cazul unei încălziri pentru o bară (fluxul termic fiind după o singură direcție), intervalul de timp fiind:

$$\Delta\tau = \tau_{k+1} - \tau_k = \tau_k - \tau_{k-1}$$

Pentru cazul când fluxul se transmite după două sau trei direcții, reprezentarea grafică a câmpului de temperatură se face în coordonate carteziene, cilindrice sau sferice. Se notează:

$t_n^{(k)}$ → temperatura în nodul n la timpul τ_k ;

$t_n^{(k-1)}$ → temperatura în nodul n la timpul τ_{k-1} .

Rezultă:

$$t_n = t_{n,k+1} = \frac{t_{n+1,k} + t_{n-1,k}}{2} = \frac{t_{n+1}^{(k)} + t_{n-1}^{(k)}}{2}$$

adică: în nodul n temperatura, la timpul τ_{k+1} , este media aritmetică a temperaturilor din nodurile vecine ($n+1, n-1$), la timpul anterior τ_k .

Avînd câmpul de temperatură dat pentru condițiile inițiale de timp (τ_0), se poate obține grafic câmpul de temperatură variabil în timp, așa cum este prezentat în Fig.12.45.

1.22.4. Transferul de căldură prin bara cu răcire laterală de secțiune transversală constantă

Intensificarea transferului de căldură se face prin:

- 1 - îmbunătățirea coeficientului global de schimb de căldură k .
- 2 - mărirea suprafeței de schimb de căldură S ($\dot{Q} = \alpha \cdot S \cdot \Delta t_m$). Această

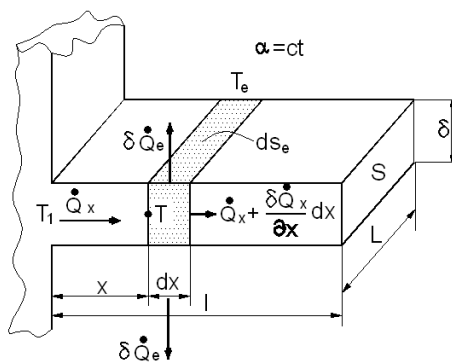


Fig.12.46. Fluxul termic prin bară.

mărire a suprafeței se face prin aplicarea unor proeminențe de diverse profile, nervuri, aripioare, bande spiralate. Este cazul schimbătoarelor de căldură de diferite tipuri: preîncălzitoare de aer cu suprafețe nervurate, baterii din țevi cu aripioare, radiatoare, etc. Se va urmări în continuare cazul barei de răcire laterală de secțiune transversală constantă(Fig.12.46). Dacă lungimea barei este mare, în

comparație cu grosimea și înălțimea, ea apare ca o nervură aplicată pe suprafață. Din punct de vedere termic, interesează determinarea câmpului de temperatură de-a lungul barei, precum și fluxul termic ce o străbate. Se consideră o bară omogenă și izotropă (λ), suficient de îngustă, pentru a considera $T = \text{ct.}$ în secțiunea transversală. Bara nu are surse interne de căldură și face corp comun cu un perete cu temperatura T_1 .

Se cunosc: $\alpha = \text{ct}$ și $T_e = \text{ct}$ (temperatura mediului exterior).

Fluxul de căldură pătrunde prin baza barei prin conducție și este disipat în mediul exterior prin suprafața exterioară a barei. Se consideră un element de suprafață dx , la distanța x de perete. Fluxul care pătrunde în elementul

considerat $\left(\dot{Q}_x \right)$ este cedat prin suprafața laterală $dS_1 \left(\delta \dot{Q}_1 \right)$ și prin bază,

adică: $\dot{Q}_x + \frac{\delta \dot{Q}_x}{\partial x} \cdot dx$. Bilanțul caloric este:

$$\dot{Q}_x = \delta \dot{Q}_1 + \dot{Q}_x + \frac{\delta \dot{Q}_x}{\partial x} \cdot dx$$

$$\text{sau: } \delta \dot{Q}_1 + \frac{\delta \dot{Q}_x}{\partial x} \cdot dx = 0 ; \quad \delta \dot{Q}_x = -\lambda \cdot S \cdot \frac{dT}{dx}$$

$\delta \dot{Q}_1 = dS_1 \cdot \alpha \cdot (T - T_e) \rightarrow$ fluxul cedat prin suprafața laterală.

$$\frac{\delta \dot{Q}_x}{\partial x} \cdot dx = \frac{d}{dx} \cdot \left(-S \cdot \lambda \cdot \frac{dT}{dx} \right) \cdot dx = -\lambda \cdot \frac{d}{dx} \left(S \cdot \frac{dT}{dx} \right) dx = -\lambda \cdot S \cdot \frac{d^2 T}{dx^2} \cdot dx$$

$dS_1 = P \cdot dx$; P – perimetrul secțiunii transversale.

S – sețiunea transversală.

$$P \cdot dx \cdot \alpha \cdot (T - T_e) - \lambda \cdot S \cdot \frac{d^2 T}{dx^2} \cdot dx = 0 \quad | : dx$$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{\alpha \cdot P}{\lambda \cdot S} \cdot (T - T_e) = 0$$

$$\text{Se notează: } \begin{cases} T - T_e = \theta; dT = d\theta \\ \frac{\alpha \cdot P}{\lambda \cdot S} = m^2 \end{cases}$$

Ecuția devine: $\frac{d^2 \theta}{dx^2} - m^2 \cdot \theta = 0$

Este o ecuație diferențială liniară în raport cu x și derivatele sale, omogenă, cu coeficienți constanți. Soluția generală a ecuației este de forma:

$$\theta = A \cdot e^{m \cdot x} + B \cdot e^{-m \cdot x}$$

Soluțiile particulare se obțin prin impunerea condițiilor la limită corespunzătoare unor situații particulare.

Bara lungă cu secțiune redusă

Dacă bara este suficient de lungă în raport cu secțiunea, temperatura la capătul barei poate fi considerată egală cu temperatura mediului exterior (T_e). Condițiile la limită vor fi:

la $x = 0$; $T = T_1$; $\theta = \theta_1 = T_1 - T_e$.

la $x = \infty$; $T = T_e$; $\theta = \theta_2 = 0$

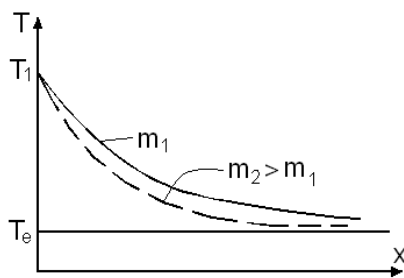
Înlocuind aceste condiții în ecuația $\theta = A \cdot e^{m \cdot x} + B \cdot e^{-m \cdot x}$, se determină constantele A și B . Rezultă: $\theta_1 = A + B$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (A \cdot e^{m \cdot x} + B \cdot e^{-m \cdot x}) = 0 .$$

Trebuie ca: $A = 0$; $B = \theta_1$, deci: $\theta = B \cdot e^{-m \cdot x} = \theta_1 \cdot e^{-m \cdot x}$

$$\theta = \theta_1 \cdot e^{-m \cdot x}$$

sau: $T - T_e = (T_1 - T_e) \cdot e^{-m \cdot x}$; $T = T_e + (T_1 - T_e) \cdot e^{-m \cdot x}$, adică variație exponențială a temperaturii în lungul barei.



Răcirea este cu atât mai pronunțată, cu cât coeficientul m este mai mare (deci λ mic și α mare). Fluxul termic ce străbate secțiunea transversală S , la distanța x de baza barei, se determină cu relația lui Fourier:

$$\dot{Q}_x = -\lambda \cdot S \cdot \frac{d\theta}{dx} = +\lambda \cdot S \cdot m \cdot \theta_1 \cdot e^{-m \cdot x}$$

Fluxul maxim se transferă prin baza barei ($x = 0$):

$$\dot{Q}_{\max} = \lambda \cdot S \cdot m \cdot \theta_1 = \lambda \cdot S \cdot m \cdot (T_1 - T_e).$$

Alte cazuri particulare:

Bara scurtă cu secțiune redusă. Condițiile limită sunt:

$$x = 0; \theta = \theta_1 = T_1 - T_e$$

$$x = 1; -\lambda \cdot S \cdot \left(\frac{d\theta}{dx} \right)_{x=1} = 0; \left(\frac{d\theta}{dx} \right)_{x=1} = 0$$

Se neglijează fluxul cedat prin capătul liber al barei.

Bara scurtă cu secțiune mare. Condițiile limită vor fi:

$$- x = 0; \theta = \theta_1 = T_1 - T_e$$

$$- x = 1; -\lambda \cdot S \cdot \frac{d\theta}{dx} = \alpha \cdot S \cdot \theta_1 \rightarrow \theta_1 = T_1 - T_e$$

Nu se mai neglijează căldura transmisă de capătul liber al barei. (T_e – temperatura la capătul liber al barei).

În ambele cazuri, se calculează constantele A și B din ecuațiile condițiilor limită și apoi se scriu ecuațiile câmpului termic: $\theta = A \cdot e^{m \cdot x} + B \cdot e^{-m \cdot x}$.

Rezultă, în rezumat, următoarele cazuri prezentate tabelul de mai jos (unde

$$\sigma = \frac{\alpha}{\lambda \cdot m}).$$

Cazuri.	Variația temperaturii	Fluxul maxim transferat (x=0)
Bară lungă de secțiune redusă.	$\theta = \theta_1 \cdot e^{-m \cdot x}$	$\dot{Q}_m = \lambda \cdot S \cdot m \cdot (T_1 - T_e)$
Bară scurtă de secțiune redusă.	$\theta = \theta_1 \cdot \frac{\text{ch } m(1-x)}{\text{ch } m}$	$\dot{Q}_m = \lambda \cdot S \cdot m \cdot (T_1 - T_e) \cdot \text{th } ml$
Bară scurtă de secțiune mare.	$\theta = \theta_1 \cdot \frac{\text{ch } m(1-x) + \sigma \cdot \text{sh } m(1-x)}{\text{ch } ml + \sigma \cdot \text{sh } ml}$	$\dot{Q}_m = \lambda \cdot S \cdot m \cdot (T_1 - T_e) \cdot \frac{\text{th } ml + \sigma}{1 + \sigma \cdot \text{th } ml}$

1.22.5. APLICAȚII

Problema 1 Un perete este format dintr-un strat de lemn cu grosimea de 5 cm și cu conductivitatea termică $\lambda_1 = 0,14 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$ și un strat de cărămidă cu grosimea de 28 cm și conductivitatea termică $\lambda_2 = 0,87 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$.

Temperatura suprafeței libere a stratului de lemn este $t_1 = 15^\circ C$, iar a stratului de cărămidă este $t_3 = -10^\circ C$. Să se determine:

Rezistența termică corespunzătoare suprafeței de $1 m^2$ de perete;

Densitatea fluxului termic;

Temperatura t_2 de la suprafața de contact dintre straturi.

Rezistența termică pe unitatea de suprafață este:

$$r_t = \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} = \frac{0,05}{0,14} + \frac{0,28}{0,87} = 0,679 \text{ m}^2 \cdot \text{K} / \text{W}$$

Densitatea fluxului termic este: $\dot{q} = \frac{t_1 - t_3}{r_t} = \frac{15 + 10}{0,679} = 36,82 \text{ W} / \text{m}^2$

Temperatura t_2 la stratul de contact:

$$t_2 = t_3 + r_2 \cdot \dot{q} = t_1 - r_1 \cdot \dot{q} = -10 + 0,322 \cdot 36,82 = 1,86^\circ C,$$

unde r_1 și r_2 sunt rezistențele termice parțiale ale straturilor 1 și 2:

$$r_1 = 0,357 \text{ m}^2 \cdot \text{K} / \text{W}; \quad r_2 = 0,352 \text{ m}^2 \cdot \text{K} / \text{W}.$$

Problema 2 O țevă de oțel cu diametrul exterior de 50 mm și cu grosimea peretelui de 2 mm este acoperită cu un strat izolator din vată de sticlă cu grosimea de 2 cm. Temperatura feței interioare a țevii metalice este $t_1 = 200^\circ C$, iar temperatura feței exterioare a izolației este $t_3 = 60^\circ C$.

Se cunosc conductivitățile termice ale straturilor: $\lambda_1 = 58 \text{ W} / \text{m} \cdot \text{K}$ pentru oțel și $\lambda_2 = 0,037 \text{ W} / \text{m} \cdot \text{K}$ pentru vată. Să se determine:

Fluxul termic \dot{q}_1 pe unitatea de lungime de țevă;

Temperatura t_2 a suprafeței de contact dintre straturi.

Pentru un perete cilindric neomogen, format din două straturi, fluxul termic unitar este exprimat prin ecuația:

$$\dot{q}_1 = \frac{2\pi(t_1 - t_3)}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2}} = \frac{2\pi(t_2 - t_3)}{\frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2}}$$

și înlocuind cu valorile cunoscute:

$$\dot{q}_1 = \frac{2\pi 140}{\frac{1}{58} \ln \frac{50}{46} + \frac{1}{0,037} \ln \frac{90}{50}} = 55,37 \text{ W/m}$$

Temperatura stratului intermediar (la suprafața de contact):

$$t_2 = t_3 + \frac{\left(\dot{q}_1 \cdot \ln \left(\frac{d_3}{d_2} \right) \right)}{2\pi\lambda_2} = 60 + \frac{55,37 \cdot \ln \left(\frac{90}{50} \right)}{2\pi \cdot 0,037} = 200 \text{ } ^\circ\text{C} .$$

Variația temperaturii prin peretele metalic este foarte mică, practic neglijabilă, datorită rezistenței termice foarte mici, în raport cu rezistența termică a stratului izolant.

Problema 3 O țeavă verticală cu diametrul exterior $d=40$ mm și lungă de 3m are, la perete, temperatura $t_p = 70$ °C .Să se determine fluxul termic cedat aerului ambiant (staționar), a cărui temperatură este $t_f = 20$ °C .

Procesul de schimb de căldură , teavă-aer, este un proces de convecție liberă în spațiu nelimitat. În ecuația criterială:

$$N_{u_m} = c(\text{Gr} \cdot \text{Pr})_m^n \text{ dimensiunea liniară este înălțimea } \mathbf{h} \text{ a}$$

țevii, temperatura determinantă fiind:

$$t_m = \frac{(t_p + t_f)}{2} = 45 \text{ } ^\circ\text{C} ; \quad T_m = 318 \text{ K} , \text{ pentru care se scot}$$

din tabelul proprietăților fizice ale aerului din “Anexă” (între 40 °C și 50 °C):

$$\lambda_{45} = 2,755 \cdot 10^{-2} \text{ W/m} \cdot \text{K} ; \quad \nu_{45} = 18,075 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} ;$$

$\text{Pr}_{45} = 0.71$; iar produsul $(\text{Gr}_3 \cdot \text{Pr})_m$ are valoarea:

$$(Gr \cdot Pr)_{45} = \frac{g \cdot h^3 (t_f - t_p) \cdot Pr_m}{T_m \cdot \nu_m^2} = \frac{9,81 \cdot 3^3 (70 - 20) \cdot 0,71 \cdot 10^{12}}{318 \cdot 18,075^2} = 9,051 \cdot 10^{10}$$

Pentru convecția liberă: $c = 0,135$; $n = \frac{1}{3}$ și invariantul Nusselt are valoarea:

$$Nu_m = 0,135 (9,051 \cdot 10^{10})^{\frac{1}{3}} = 606 = \frac{\alpha \cdot h}{\lambda}, \text{ iar coeficientul}$$

superficial de transfer termic este:

$$\alpha = \frac{Nu_m \cdot \lambda_m}{h} = \frac{606 \cdot 2,755 \cdot 10^{-2}}{3} = 5,565 \frac{W}{m^2 \cdot K},$$

iar fluxul cedat este:

$$\dot{Q} = \alpha \cdot S (t_p - t_f) = \alpha \cdot \pi d (t_p - t_f) = 5,565 \cdot \pi \cdot 0,04 \cdot 3 \cdot 50 = 150 \text{ W}$$

Problema 4 Doi pereți paraleli, verticali, cu suprafața de $1,5 \text{ m}^2$ fiecare, sunt la distanță de 10cm. Un perete are temperatura $t_1 = 20^\circ \text{ C}$, iar celălalt are $t_2 = -10^\circ \text{ C}$. Să se determine:

- Fluxul termic care trece de la peretele cald la cel rece prin stratul separator de aer;
- Distanța maximă la care trebuie distanțați pereții, avînd aceleași temperaturi, pentru ca influența convecției să fie neglijabilă

Stratul de aer, existent între cei doi pereți verticali, va avea temperaturi cuprinse între temperaturile pereților. În zona de contact cu peretele cald, aerul are tendința de a se deplasa în sus, în timp ce aerul în contact cu peretele rece este supus unei forțe descendente. Astfel, în stratul de aer cuprins între pereți va apare o mișcare rotațională, care depinde de diferența de temperatură dintre pereți, precum și de distanța dintre ei. Trebuie observată influența distanței asupra gradului de frînare a mișcării rotaționale. Fenomenul de convecție liberă are loc într-un spațiu limitat, pentru care se utilizează ecuația conducției termice, la care conductivitatea termică a fluidului este corectată printr-un coeficient de corecție. În cazul peretelui plan, ecuația caracteristică este:

$$\dot{Q} = \dot{q} \cdot S = \frac{\lambda_{\text{ech}} \cdot S (t_1 - t_2)}{\delta}$$

unde : $\lambda_{\text{ech}} = \varepsilon_K \cdot \lambda_f$ este conductivitatea termică echivalentă, iar λ_f este conductivitatea termică a fluidului la temperatura medie a pereților:

$$t_f = \frac{(t_1 + t_2)}{2}.$$

ε_K este coeficientul de corecție care ține seama de prezența convecției

$$\text{în stratul de aer: } \varepsilon_K = c(\text{Gr} \cdot \text{Pr})_f^n$$

Pentru $t_f = \frac{(20 - 10)}{2} = 5^\circ \text{C}$, din tabelul proprietăților fizice ale aerului (prin interpolare) rezultă:

$$\lambda_5 = 2,478 \cdot 10^{-2} \text{ W/m} \cdot \text{K}; \quad \nu_5 = 14,12 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}; \quad \text{Pr}_5 = 0,71.$$

Rezultă:

$$(\text{Gr} \cdot \text{Pr})_5 = \frac{g \cdot \delta^3 (t_1 - t_2) \text{Pr}_5}{T_f \cdot \nu_5^2} = \frac{9,81 \cdot 10^{-3} (20 + 10) \cdot 0,71}{278 \cdot 2,02 \cdot 10^{-10}} = 3,72 \cdot 10^6 \quad \text{și}$$

din tabelul convecției libere în spațiu limitat: $c = 0,4$; $n = 0,2$.

$$\varepsilon_K = 0,4 \cdot (3,72 \cdot 10^6)^{0,2} = 8,24, \text{ conductivitatea termică echivalentă}$$

fiind : $\lambda_{\text{ech}} = 8,24 \cdot 2,478 \cdot 10^{-2} = 0,204 \text{ W/m} \cdot \text{K}$

Fluxul termic, care trece prin stratul de aer dintre pereți, este:

$$\dot{Q} = 0,204 \cdot 1,5 \cdot \frac{30}{0,1} = 91,8 \text{ W}$$

Din tabelul de valori pentru c și n , pentru convenția liberă în spațiu limitat, se observă că influența convecției este neglijabilă pentru $\text{Gr} \cdot \text{Pr} > 10^3$ și, deci, se poate obține distanța maximă necesară:

$$\delta = \left(\frac{(\text{Gr} \cdot \text{Pr}_f \cdot T_f \cdot \nu_f^2)}{g(t_1 - t_2) \cdot \text{Pr}_f} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{10^3 \cdot 278 \cdot 202 \cdot 10^{-12}}{9,81 \cdot 30 \cdot 0,71} \right)^{\frac{1}{3}} = 6,45 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 6,45 \text{ mm}$$

Problema 5 Un conductor electric din cupru, cu diametrul $d = 7 \text{ mm}$ și lungimea $L = 1 \text{ km}$, este suflat transversal de un curent de aer cu viteza

$w = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ și având temperatura $t_f = 20^0 \text{C}$. Temperatura peretelui este $t_p = 40^0 \text{C}$. Știindu-se că rezistivitatea electrică a cuprului este $\rho = \frac{1}{57} \Omega \cdot \text{mm}^2 / \text{m}$, să se determine:

- Fluxul termic \dot{Q} cedat aerului;
- Intensitatea curentului electric I (A).

Prin trecerea curentului electric I prin conductorul cu rezistența electrică R apare în conductor o pierdere de putere $\dot{Q} = R \cdot I^2$, care este cedată exteriorului sub formă de căldură. Viteza vîntului nu este condiționată de prezența conductorului, așadar fenomenul de cedare de căldură este un fenomen de convecție forțată transversală, pentru care ecuația criterială

$$\text{este : } Nu_f = c \cdot Re_f^n, \text{ adică } \frac{\alpha \cdot d}{\lambda_f} = c \left(\frac{w \cdot d}{\nu_f} \right)^n.$$

Temperatura determinantă este temperatura t_f a aerului: $t_f = 20^0 \text{C}$, iar echilibrul termic este exprimat prin: $\dot{Q} = R \cdot I^2 = \alpha \cdot \pi \cdot d \cdot L (t_p - t_f)$.

Din tabelul proprietăților fizice ale aerului, rezultă:

$$\lambda_f = \lambda_{20} = 2,58 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

$$\nu_f = \nu_{20} = 15,61 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Așadar : $Re_f = \frac{15,7 \cdot 10^{-3}}{15,61} \cdot 10^6 = 6726$.

Din tabelul de calcul a ecuației criteriale, pentru convenția forțată transversală, rezultă:

$$(5 \cdot 10^3 < Re < 10^5); c = 0,197 ; n = 0,6 .$$

Se calculează : $Nu_f = 0,197 \cdot 6726^{0,6} = 39$

de unde: $\alpha = \frac{Nu_f \cdot \lambda_f}{d} = \frac{39 \cdot 2,58 \cdot 10^{-2}}{7 \cdot 10^{-3}} = 143,7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$.

Suprafața de schimb de căldură este:

$$S = \pi \cdot d \cdot L = \pi \cdot 7 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 = 21,98 \text{ m}^2 / \text{km} .$$

Fluxul cedat prin convecție este:

$$\dot{Q} = \alpha \cdot S (t_p - t_f) = 143,7 \cdot 21,98 \cdot 20 = 63170 \text{ W} / \text{km} = 63,17 \text{ kW} / \text{km} .$$

Curentul electric care trece prin conductor este:

$$I = \sqrt{\frac{\dot{Q}}{R}} = \sqrt{\frac{63170}{0,456}} = 372 \text{ A}$$

$$\text{unde : } R = \rho \cdot \frac{L}{s} = \frac{10^3}{(57 \cdot 38,46)} = 0,456 \text{ } \Omega / \text{km} .$$

Problema 6 Două plăci plane și paralele au temperaturi diferite și sunt suficient de apropiate ca să se poată neglija complet pierderile marginale de căldură. Placa 1 are temperatura $T_1 = 1473 \text{ K}$ și coeficientul de emisie a suprafeței $\varepsilon_1 = A_1 = 0,8$, iar placa 2 are temperatura $T_2 = 873 \text{ K}$ și coeficientul de emisie a suprafeței $\varepsilon_2 = A_2 = 0,5$. Să se determine coeficientul redus de absorbție A_n și densitatea fluxului termic de radiație.

Coeficientul redus de absorbție este:

$$A_n = \frac{1}{\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{0,8} + \frac{1}{0,5} - 1} = 0,444 .$$

Densitatea fluxului radiant se calculează după ecuația:

$$\dot{q}_{12} = A_n \cdot c_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

$$\dot{q}_{12} = 0,444 \cdot 5,67 \left(14,73^4 - 8,73^4 \right) = 103900 \text{ W} / \text{m}^2 = 103,9 \text{ kW} / \text{m}^2 .$$

Problema 7 Să se determine:

a- pierderea de căldură printr-un perete al unei camere, în care temperatura este $t_{f1} = 20^\circ \text{C}$, în timp ce temperatura exterioară este $t_{f2} = -20^\circ \text{C}$.

Coeficientul interior de transfer termic la suprafață este $\alpha_1 = 8,1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$, iar coeficientul exterior este $\alpha_2 = 23,2 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$. Peretele este din cărămidă, cu grosimea de 56 cm, avînd conductivitatea termică $\lambda = 0,8 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$.

b- temperaturile t_{p1} și t_{p2} ale celor doua suprafețe libere ale peretelui. Dimensiunile peretelui sunt : $l = 6\text{ m}$ și $h = 4\text{ m}$.

Pierderea de căldură se determină cu ecuația: $\dot{Q} = K \cdot S(t_{f1} - t_{f2})$, unde coeficientul global k de transfer de căldura este:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{\delta}{\lambda}} = \frac{1}{\frac{1}{8,1} + \frac{1}{23,2} + \frac{0,56}{0,8}} = 1,158 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

iar pierderea de flux termic va fi:

$$\dot{Q} = 1,154 \cdot 24 (20 + 20) = 1108 \text{ W} = 1,1\text{kW}.$$

Pentru determinarea temperaturilor pereților se scriu ecuațiile trecerii

căldurii prin convecție: $\dot{Q} = \alpha_1 \cdot S(t_{f1} - t_{p1}) = \alpha_2 \cdot S(t_{p2} - t_{f2})$

de unde:

$$t_{p1} = t_{f1} - \frac{\dot{Q}}{\alpha_1 \cdot S} = 20 - \frac{1108}{8,1 \cdot 24} = 14,3^\circ \text{C}$$

$$t_{p2} = t_{f2} + \frac{\dot{Q}}{\alpha_2 \cdot S} = -20 + \frac{1108}{23,2 \cdot 24} = -18^\circ \text{C}$$

Problema 8 Într-un schimbător de căldură de tip țevă în țevă (cu curenți paraleli) fluidul cald intră cu temperatura $t_1' = 200^\circ \text{C}$ și iese cu $t_1'' = 100^\circ \text{C}$, iar fluidul rece intră cu $t_2' = 20^\circ \text{C}$ și iese cu $t_2'' = 80^\circ \text{C}$. Să se determine:

- Diferența medie logaritmică de temperatură a schimbătorului dacă cele două fluide circulă în echicurent sau în contracurent.

- Raportul dintre suprafețele de schimb de căldură corespunzătoare celor 2 situații, presupunând același coeficient k de transfer termic și aceeași sarcină termică Q .

Diferența medie de temperatură se determină după relația:

$$\Delta t_m = \frac{\Delta t_{\max} - \Delta t_{\min}}{\log \frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}}}$$

Pentru o circulație a fluidelor în echicurent:

$$\Delta t_{\max} = t_1' - t_2'' = 200 - 20 = 180 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{\min} = t_1'' - t_2' = 100 - 80 = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_e = \frac{180 - 20}{\ln \frac{180}{20}} = 72,8 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Pentru schema în contracurent: $\Delta t_{\max} = t_1' - t_2'' = 200 - 80 = 120 \text{ } ^\circ\text{C}$;

$$\Delta t_{\min} = t_1'' - t_2' = 100 - 20 = 80 \text{ } ^\circ\text{C} ;$$

$$\Delta t_c = \frac{120 - 80}{\ln \frac{120}{80}} = 98,65 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Pentru schimbătoare de căldură avînd aceeași sarcină termică Q și același

coeficient k de transfer termic, se scrie: $\frac{S_e}{S_c} = \frac{\Delta t_c}{\Delta t_e} = \frac{98,65}{72,8} = 1,35$

$S_e = 1,35 \cdot S_c$, ceea ce arată că, în condițiile de egalitate pentru Q și K , schimbătorul de căldură în contracurent este mai mic (ca gabarit) decât schimbătorul în echicurent.

Problema 9 La un condensator s-a măsurat cantitatea de condensat:

$m_1 = 15 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$. Condensarea se efectuează sub presiunea constantă de 1 bar, starea aburului la intrare fiind de abur umed. Starea condensatorului la ieșire

este de lichid saturat. Debitul apei de răcire este $\dot{m}_2 = 1080 \text{ kg/h}$, temperatura apei la intrare este $t_2' = 20^\circ \text{C}$, iar la ieșire este $t_2'' = 26^\circ \text{C}$.

Suprafața medie de schimb de căldură este $S = 0,04 \text{ m}^2$. Să se determine:

- Titlul aburului la intrarea în schimbător;
- Coeficientul k de transfer termic;
- Diferența medie de temperatură a condensatorului.

Coeficientul global k de transfer de căldură va fi: $k = \frac{\dot{Q}}{S \cdot \Delta t_m}$, unde:

$\dot{Q} = \dot{m}_1 \cdot x \cdot r = \dot{m}_2 \cdot c_2 (t_2'' - t_2')$, din care se poate determina titlul x al aburului la intrare.

Diferența medie de temperatură va fi: $\Delta t_m = \frac{(t_s - t_2') - (t_s - t_2'')}{\ln \frac{t_s - t_2'}{t_s - t_2''}}$, t_s fiind

temperatura de saturație.

Din tabelul de saturație a aburului, pentru presiunea de 1 bar, se scot:

$$t_s = 99,64^\circ \text{C}; r = 2258 \text{ kJ/kg}; c_2 = 4179 \text{ J/kg} \cdot \text{grad}.$$

Fluxul termic \dot{Q} schimbat în condensator este:

$$\dot{Q} = \dot{m}_2 \cdot c_2 (t_2'' - t_2') = \frac{1080 \cdot 4179 \cdot 6}{3600} = 7522 \text{ W}, \text{ iar titlul aburului la}$$

$$\text{intrare în condensator rezultă: } x = \frac{\dot{Q}}{\left(\dot{m}_1 \cdot r \right)} = 7521 \cdot \frac{360}{\left(15 \cdot 2258 \cdot 10^3 \right)} = 0,8.$$

Diferența medie logaritmică de temperatură pe schimbător este:

$$\Delta t_m = \frac{(99,64 - 20) - (99,64 - 26)}{\ln \frac{99,64 - 20}{99,64 - 26}} = 76,6^\circ \text{C}, \text{ iar coeficientul}$$

$$k \text{ de transmitere a căldurii va fi: } k = \frac{\dot{Q}}{S \cdot \Delta t_m} = \frac{7522}{0,04 \cdot 76,6} = 2455 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}.$$

La schimbătoarele de caldură în care unul din fluide schimbă faza de agregare (fierbere sau condensare), sub presiune constantă, diferența medie de temperatură nu depinde de sensul relativ de curgere pentru cele două fluide.

Problema 10 O placă din oțel groasă de 2 cm și avînd temperatura $t_1 = 800^\circ \text{C}$ este scoasă pentru răcire în aer cu temperatura $t_f = 20^\circ \text{C}$.

Să se determine după cât timp temperatura plăcii ajunge la 100°C și variația temperaturii în intervalul de timp corespunzător răcirii plăcii pînă la 100°C . Coeficienții superficiali de transfer termic, pentru ambele fețe libere ale plăcii, sunt egali: $\alpha = 120 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$.

Densitatea și căldura specifică a materialului sunt: $\rho = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$,

$$c = 0,46 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{grd}}.$$

Pentru placa subțire: $\frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{t_f - t_2}{t_f - t_1} = \exp\left(-\frac{\alpha \cdot S}{m \cdot c} \cdot \tau\right)$, de unde rezultă:

$$\tau = \frac{\left(\ln \frac{t_f - t_2}{t_f - t_1}\right)}{-\frac{\alpha \cdot S}{m \cdot c}}$$

Cîmpul termic $t = f(\tau)$ se determină din relația:

$$t_2 = t_f - (t_f - t_1) \cdot \exp\left(-\frac{\alpha \cdot S}{m \cdot c} \cdot \tau\right).$$

Pentru suprafața de 1m^2 a unei fețe corespunde $S = 2 \text{m}^2$, suprafața totală de schimb de caldură. Masa corespunzătoare plăcii pentru 1m^2 a unei fețe este:

$$m = 1 \cdot 0,02 \cdot 7800 = 156 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}, \text{ așadar:}$$

$$\frac{\alpha \cdot S}{m \cdot c} = \frac{120 \cdot 2}{156 \cdot 460} = 3,3445 \cdot 10^{-3} (\text{s}^{-1})$$

și durata corespunzătoare de răcire este:

$$\tau = \frac{\ln \frac{20 - 100}{20 - 800}}{-3,3445 \cdot 10^{-3}} = 681 \text{ s} = 11,35 \text{ min} .$$

Câmpul termic va fi determinat prin:

$$t = 20 - (20 - 80) \cdot \exp(-3,3445 \cdot 10^{-3} \cdot \tau)$$

și dînd valori duratei τ , din minut în minut (durata în secunde), se obțin rezultatele din tabelul de mai jos:

τ min	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	14	16
τ s	60	120	180	240	300	360	420	480	600	720	840	960
t °C	658	542	447	370	306	254	211	177	125	90	67	51